

CONSTRUÇÃO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA O CONTROLE DO PROCESSO DE PRODUÇÃO DO PAPEL INDUSTRIAL

Maria Teresinha Arns Steiner, Celso Carnieri
Universidade Federal do Paraná

Plínio Stange
Universidade Federal de Santa Catarina

Resumo

O trabalho apresenta uma proposta para controle de qualidade em uma indústria de papel. Através da obtenção de dados quantitativos representativos das características que compõem bobinas de papel de boa e baixa qualidade, treinou-se um modelo de Programação Linear para fazer o Reconhecimento de Padrões. Em seguida, construiu-se um segundo modelo, que utiliza o modelo anterior, garantindo a obtenção de bobinas de boa qualidade a um mínimo custo.

Palavras-chave: reconhecimento de padrões; indústria de papel; qualidade.

Abstract

This work presents a technique for the control of the production process in a paper industry. With the quantitative data representative of the features that make reels with good or a poor quality, we can train a model to perform the Pattern Recognition. After that, we built a second model, which uses the prior model to guarantee reels with good quality at a minimum cost.

Keywords: pattern recognition; paper industry; quality.

1. Introdução

O melhoramento da qualidade do papel industrial tem sido um desafio constante aos técnicos do setor e objeto de estudo de pesquisadores, muitos dos quais apontam em seus trabalhos soluções mais a nível administrativo e teórico do que técnico ou prático. O presente trabalho mostra como construir um modelo matemático para o controle do processo de produção do papel industrial a partir de um modelo que faça o Reconhecimento de Padrões, obtendo-se desta forma, uma ferramenta para o controle de qualidade em uma indústria de papel.

O papel apresenta propriedades ou características de natureza [SENAI, 1982]: mecânica (resistência à tração e rigidez), ótica (alvura, absorção e espalhamento de luz), elétrica (rigidez dielétrica e condutividade), química (pH, umidade, solubilidade em soda) e estrutural. Estas propriedades são influenciadas por fatores tais como: tipo de fibra, processo de cozimento e branqueamento e do grau de ligação entre fibras. Por sua vez, o grau de ligação é afetado pelo tipo de tratamento dado às fibras na preparação da massa, na formação da folha, prensagem, secagem e calandragem.

Estas variáveis que direta ou indiretamente influenciam na obtenção de bobinas com propriedades que as classificam como sendo de boa ou de baixa qualidade devem ser ajustadas a fim de se obter um produto com as propriedades desejadas. Trabalhar com estas variáveis conjuntamente, fazendo o Reconhecimento de Padrões, discriminando (reconhecendo) bobinas de boa e baixa qualidade é um dos objetivos deste trabalho.

Utilizando este modelo devidamente ajustado, capaz de fazer o Reconhecimento de Padrões, o objetivo passa a ser o de antever o índice de qualidade de uma bobina ainda em processo de fabricação, para que se possa ajustar as variáveis do processo (passíveis a alterações) a fim de obtê-la com a qualidade desejada e ainda, a um mínimo custo. Para isso, faz-se necessário construir um modelo matemático que permita ajustar as variáveis que fazem parte do processo, *on line*, dentro dos limites de especificação da indústria para produção a um mínimo custo.

Na seção 2 é feita uma descrição do processo de fabricação do papel. Na seção 3 são colocados os métodos de análise discriminante para o Reconhecimento de Padrões, ou seja, métodos que “aprendem” a reconhecer quais são as bobinas de boa e as de baixa qualidade. Na seção 4 são apresentadas técnicas estatísticas para análise dos dados que podem ou não ser aplicadas preliminarmente aos métodos de análise discriminante. Na seção 5 é feita a aplicação da análise estatística e dos métodos aos dados coletados na indústria de papel, apontando valores numéricos para o problema. Na seção 6 é apresentado um modelo matemático que utiliza o método de análise discriminante com melhor performance para se conseguir bobinas de boa qualidade a um mínimo custo. E, finalmente, na seção 7 são apresentadas as conclusões.

Fazer a discriminação entre conjuntos de pontos representativos das características de bobinas de papel de boa e baixa qualidade é o primeiro dos objetivos propostos. Para um melhor entendimento, é apresentada inicialmente uma descrição sucinta do processo de fabricação do papel, para depois então se fazer a análise discriminante.

2. Descrição do processo de fabricação do papel [SENAI, 1982]

A pasta de madeira que produzirá o papel, pode ser obtida por processos químicos (celulose), por processo mecânico (pasta mecânica) ou por processo termo-mecânico (pasta termo-mecânica).

No processo mecânico os toros de madeira são submetidos a rebolos, sendo triturados, sob jato de água para impedir a carbonização. Já nos processos químicos e termo-mecânico a madeira é primeiramente lavada com água e a seguir picada em aparas de 16 a 22 mm de comprimento (cavacos). Os picadores são máquinas rotativas, providas de navalhas.

Existem vários processos para a obtenção da celulose: 1. Processos alcalinos: Processo Soda, em que o principal reagente é o hidróxido de sódio (NaOH); Processo Kraft ou Sulfato, que utiliza o hidróxido de sódio e o sulfeto de sódio (NaOH + Na₂S); 2. Processos ácidos: o mais conhecido é o processo sulfito, em que o ácido é preparado a partir da base cálcio, base magnésio e base amônia.

A celulose descarregada do digestor é lavada e ainda vai apresentar a cor marrom, devido à presença de lignina oxidada. Então é feito o branqueamento da celulose que é obtido pela oxidação ou remoção da lignina através da ação de produtos químicos. Em seguida, a celulose passa pela fase de desaguamento e secagem.

A pasta mecânica é obtida por trituração da madeira. Devido ao seu alto rendimento, o seu preço em relação ao da celulose é relativamente baixo, na ordem de 1 para 2, o que não indica que a pasta seja um produto inferior. Para o fabrico do papel jornal, por exemplo, é praticamente insubstituível.

O processo termo-mecânico consiste no pré-aquecimento dos cavacos na presença de vapor saturado. Depois são desfibrados em refinador de disco. A depuração e o branqueamento podem ser empregados a seguir, dependendo da natureza do produto final. Este tipo de pasta tem sido utilizada em diferentes tipos de papéis, sendo que a principal aplicação tem sido em papel de imprensa.

A massa preparada, contendo as 3 pastas (celulose, pasta mecânica e pasta termo-mecânica) em percentagens que dependerão da finalidade do produto final, entra na máquina de papel, também conhecida como máquina de Fourdrinier. As máquinas de papel são constituídas de várias seções independentes, cada qual com funções e características próprias. Em geral, estas partes são: seção de formação da folha de papel, seção de prensagem, seção de secagem, seção de enrolamento ou corte e seções de aplicações e tratamento de superfície, obtendo-se finalmente as bobinas de papel, prontas para expedição. Atualmente as máquinas têm até 10 metros de largura e aproximadamente 100 metros de comprimento e velocidade de 3000 metros por minuto.

Para o controle de qualidade do papel, testes são feitos no produto final obtido pela indústria, que são as bobinas de papel. Para a discriminação entre os conjuntos de pontos representativos das características de papel de boa e baixa qualidade, considerou-se bobinas de boa qualidade aquelas que apresentaram seus testes de tração longitudinal, rasgo transversal e índice de qualidade dentro dos limites de especificação da indústria. Caso algum destes testes apresentasse valores fora dos limites, a bobina era considerada como sendo de baixa qualidade.

Coleta de dados: Pela descrição feita anteriormente, observa-se que são inúmeras as variáveis (características) que estão envolvidas no processo de fabricação ou formação da bobina de papel. Destas, foram consideradas 18 características para cada bobina, sugeridas por especialistas da indústria

de papel (com as suas respectivas simbologias): testes de tração e rasgo da celulose ($tr1, r1$), da pasta mecânica ($tr2, r2$) e da pasta termo-mecânica ($tr3, r3$); quantidades destas 3 pastas, em percentagens, (ce, pm, tmp); consistência e vazão da celulose (con, v) e dados em 7 rolos de prensagem da máquina de papel ($m1, m2, m3, m4, m5, m6, m7$). Foram coletados dados de 145 bobinas de papel, sabendo-se que destas 40 eram de boa qualidade e 105 de baixa qualidade.

3. Métodos para o Reconhecimento de Padrões via Análise Discriminante

Desde o trabalho de Fisher [Johnson et al., 1988], em 1936, numerosos trabalhos têm sido desenvolvidos com o propósito de análise discriminante e de classificação. Em geral, estes métodos aceitam uma amostra aleatória de pontos (observações) definidos por um conjunto de variáveis escolhidas e geram uma função discriminante que serve como classificador.

Vários trabalhos têm sido desenvolvidos com o objetivo de identificar as potencialidades e limitações dos métodos na tarefa de classificação [Grinold, 1972], [Tam et al., 1992], [Bennett et al., 1992], [Lugosi, 1992], [Smith, 1968], [Stange, 1988], [Steiner, 1994a]. No presente trabalho cinco métodos foram abordados, dois dos quais recentemente desenvolvidos que envolvem Programação Linear e três métodos estatísticos bastante conhecidos.

Sendo A e B conjuntos de pontos no espaço de dimensão n representativos de bobinas de boa e baixa qualidade, em que A contém m pontos e B contém k pontos, pode-se fazer o reconhecimento de padrões de A e de B, ou seja, discriminar (separar, distinguir) os pontos do conjunto A dos pontos do conjunto B por meio de um dos métodos colocados a seguir.

Como estamos interessados na classificação de padrões multivariados (n variáveis ou características) com classificação em um de dois conjuntos (A ou B), ou seja, com resposta dicotômica (1 ou 0), os métodos abordados, embora possam ser generalizados, se atém apenas a este tipo de situação: Reconhecimento de Padrões Multivariados com Resposta Dicotômica [Steiner, 1995b].

3.1* Geração de uma Superfície Linear por Partes

Em Mangasarian et al., 1990, o objetivo do método é construir uma função discriminante $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(A) > 0$ e $f(B) \leq 0$. Quando as coberturas convexas de A e B não se interceptam, caso em que os conjuntos são linearmente separáveis, um único programa linear pode ser usado para obter uma função discriminante linear do tipo:

$$f(x) = cx + \gamma, \quad c \in \mathbb{R}^n, \quad \gamma \in \mathbb{R}.$$

O problema de Programação Linear apresentado por este modelo e resolvível em tempo polinomial é dado por:

$$\min \{ -\alpha + \beta \mid Ac - e_m \alpha \geq 0, -Bc + e_k \beta \geq 0, e_n \geq c \geq -e_n \}, \quad (3.1.1)$$

c, α, β

* Algumas observações sobre as notações usadas nos métodos 3.1 e 3.2: Para os vetores x e y pertencentes a \mathbb{R}^n , xy denotará o produto escalar; $\|x\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} x_i$.

onde α e $\beta \in \mathbb{R}$; $c \in \mathbb{R}^n$; $e_k, e_m, e_n \in \mathbb{R}^k, \mathbb{R}^m, \mathbb{R}^n$, respectivamente, tem um mínimo negativo esta situação. O plano $xc = (\alpha + \beta)/2$ separa os conjuntos A e B, onde (c, α, β) é a solução para (3.1.1).

Entretanto, na maioria dos problemas reais, a interseção das coberturas convexas de A e B é não vazia, isto é, os conjuntos são linearmente inseparáveis, necessitando então de uma função linear discriminante mais complexa, tal como uma função discriminante linear por partes.

Para assegurar a obtenção do plano separador, o método impõe uma condição de não nulidade sobre o vetor c , normal ao plano separador, $\|c\|_\infty = 1$, sendo que o problema fica:

$$\min_{c, \alpha, \beta} \{ -\alpha + \beta \mid Ac - e_m \alpha \geq 0, -Bc + e_k \beta \geq 0, e_n \geq c \geq -e_n \mid c_i = \pm 1 \}. \quad (3.1.2)$$

O problema não convexo (3.1.2) pode ser resolvido em tempo polinomial resolvendo-se $2n$ programas lineares para $i = 1, 2, \dots, n$ e tomando a solução com o mínimo para $(-\alpha + \beta)$ entre as $2n$ soluções de (3.1.2), ou seja, tomando como solução o par de planos, $cx = \alpha$ e $cx = \beta$, que separa o maior número de pontos entre as $2n$ soluções com $i = 1, \dots, n$. Os pontos já separados são descartados dos conjuntos A e B e a iteração seguinte considera somente aqueles pontos ainda não separados. Tais programas lineares são usados para gerar uma seqüência de planos paralelos resultando em uma função discriminante não convexa linear por partes. A Figura 1 mostra um exemplo aplicado ao espaço \mathbb{R}^2 , com 99 pontos ($|A| = 53$ e $|B| = 46$) onde os dois primeiros pares de planos, de um total de 11 necessários para a completa separação dos pontos dos conjuntos A e B, estão traçados.

3.2* Geração de uma Superfície que Minimiza Erros

Em Bennett e Mangasarian, 1992, é proposta a formulação de um único programa linear que gera um plano que minimiza a média ponderada da soma das violações dos pontos dos conjuntos A e B que estão do lado errado do plano separador.

Quando as coberturas convexas dos dois conjuntos são disjuntas, o plano separa completamente os dois conjuntos. Quando as suas coberturas convexas se interceptam, o programa linear proposto gera um plano que minimiza os erros, sem a imposição de restrições estranhas ao problema, como no caso do método exposto em 3.1.

A geração da referida superfície separadora ótima, $wx = \gamma$ pode ser obtida pelo seguinte problema de Programação Linear:

$$\min_{w, \gamma, y, z} \{ e_m y/m + e_k z/k \mid Aw - e_m \gamma + y \geq e_m, -Bw + e_k \gamma + z \geq e_k, y \geq 0, z \geq 0 \}, \quad (3.2.1)$$

onde $w \in \mathbb{R}^n$ é o vetor peso, normal ao plano separador ótimo; $y \in \mathbb{R}^m$; $z \in \mathbb{R}^k$; os vetores e_m, e_k já foram definidos em 3.1 e finalmente $\gamma \in \mathbb{R}$ fornece a localização do plano separador $wx = \gamma$.

A principal propriedade de (3.2.1) é que, para os casos linearmente inseparáveis, ele sempre gera uma solução não trivial para w sem a adição de restrições estranhas ao problema. Observe-se que se trata de um método não iterativo, ou seja, o plano separador obtido de (3.2.1) é único para os

* Algumas observações sobre as notações usadas nos métodos 3.1 e 3.2: Para os vetores x e y pertencentes a \mathbb{R}^n , xy denotará o produto escalar; $\|x\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} x_i$.

dois conjuntos dados A e B. A Figura 2 ilustra a obtenção deste plano para o já referido exemplo do espaço R^2 .

3.3 Função Discriminante Linear de Fisher

A terminologia “discriminar” e “classificar” foi introduzida na Estatística por Ronald A. Fisher no primeiro tratamento moderno dos problemas de separação de conjuntos na década de 30 [Johnson et al., 1988].

O método de Fisher transforma as observações multivariadas \underline{x} e R^n dos conjuntos A e B em correspondentes observações univariadas Y tão distantes quanto possível. O método cria os Y's como combinações lineares de \underline{x} , isto é, $Y = \underline{c}' \underline{x}$, onde $\underline{c} \in R^n$.

A melhor combinação é derivada da razão entre o quadrado da distância entre as médias dos dois conjuntos (\underline{x}_A e \underline{x}_B) e a variância de Y. Neste contexto, a função discriminante linear de Fisher é dada por:

$$Y = (\underline{x}_A - \underline{x}_B)' S_p^{-1} \underline{x} \quad (3.3.1)$$

onde :

\underline{x}_A = vetor (n x 1) médio amostral da população 1 $\Rightarrow \underline{x}_A = 1/m \sum_{j=1, m} \underline{x}_A j$,

\underline{x}_B = vetor (n x 1) médio amostral da população 2 $\Rightarrow \underline{x}_B = 1/k \sum_{j=1, k} \underline{x}_B j$;

S_p^{-1} = inversa da matriz de covariância amostrai conjunta:

$$S_p = [(m - 1)S_A + (k - 1) S_B] / (m+k-2);$$

S_A = matriz de covariância amostral de 1 $\Rightarrow S_A = 1/(m - 1) [\sum_{j=1, m} (\underline{x}_A j - \underline{x}_A) (\underline{x}_A j - \underline{x}_A)']$;

S_B = matriz de covariância amostral de 2 $\Rightarrow S_B = 1/(k - 1) [\sum_{j=1, k} (\underline{x}_B j - \underline{x}_B) (\underline{x}_B j - \underline{x}_B)']$;

\underline{x} = vetor das variáveis aleatórias correspondentes as características populacionais observadas

Uma nova observação $\underline{x}_0 \in R^n$ é classificada em relação a um valor médio obtido de

$$q = (\underline{x}_A - \underline{x}_B)' S_p^{-1} (\underline{x}_A + \underline{x}_B) / 2,$$

isto é, se $\underline{x}_0 \in A$ então $y_0 = (\underline{x}_A - \underline{x}_B)' S_p^{-1} \underline{x}_0 \geq q$ e se $\underline{x}_0 \in B$ então $y_0 < q$.

A Figura 3 mostra uma ilustração geométrica deste método para o exemplo do espaço R^2 .

3.4 Método dos k'-vizinhos mais próximos segundo a distância de Mahalanobis

Este método designa uma dada observação \underline{x} e R^n ao conjunto A ou B ao qual pertencem a maioria dos seus k'-vizinhos mais próximos. A distância $d(\underline{x}, \underline{x}_i)$ entre duas observações $\underline{x} \in R^n$ e $\underline{x}_i \in R^n$ pode ser definida pela distância de Mahalanobis, cuja expressão pode ser obtida como uma extensão da Função Discriminante Linear de Fisher [Johnson, 1988]:

$$D^2 = (\underline{x} - \underline{x}_i)' S_p^{-1} (\underline{x} - \underline{x}_i), \quad i = 1, \dots, (m+k), \quad (3.4.1)$$

onde D^2 é a distância quadrática de Mahalanobis e \underline{x} e R^n é uma observação a ser classificada, pertencente a A ou B.

Entre as $(m + k)$ distâncias medidas, as k' distâncias menores são registradas, isto é, as k' distâncias que apontam os k' vetores \underline{x}_i , mais próximos de \underline{x} . Verifica-se a que conjunto a maior parte destes \underline{x}_i pertence e designa-se a observação \underline{x} para este conjunto. Ou seja, a designação de uma observação para um conjunto é decidida pela designação dos seus k' -vizinhos mais próximos.

A Figura 4 mostra uma ilustração geométrica deste método.

3.5 Modelo de Regressão Logística [Dobson, 1983], [Cordeiro, 1986]

A regressão logística, dentro da análise estatística, consiste em relacionar, através de um modelo, a variável resposta com os fatores que influenciam a ocorrência de determinado evento. Neste estudo, deseja-se quantificar a influência de certos fatores, como por exemplo, quantidade de celulose, na ocorrência de bobinas de papel com boa ou baixa qualidade.

Quando a variável aleatória resposta Y , para a qual deseja-se um modelo de ajuste é do tipo dicotômico e deseja-se estudar a relação entre Y e as diversas covariáveis (x_1, x_2, \dots, x_n) , as quais costumam representar características de interesse, o que se faz é estimar Y usando a função matemática sigmoideal (logística):

$$Y=f(\underline{x})=(1 + e^{-\eta})^{-1}, \quad \underline{x} \in \mathbb{R}^n \quad (3.5.1)$$

com $\eta = g(\underline{x})$ obtido num ajuste linear. A qualidade do ajuste é medida pela função desvio que será definida mais adiante. Na Figura 5 encontra-se uma ilustração para este método.

4. Análise Estatística dos Dados

A aplicação dos métodos descritos, aos dados coletados na indústria de papel, foi precedida por uma análise estatística dos dados com vários objetivos:

- Verificar se A e B são realmente dois conjuntos distintos.
- Transformar as variáveis dos pontos coletados para se obter um modelo que melhor se ajuste a estes pontos.
- Detectar pontos atípicos de A e B. No exemplo dado, do espaço \mathbb{R}^2 , pode-se notar a presença de pontos atípicos, que estão bastante deslocados em relação aos demais

Com esta análise estatística, obteve-se melhor performance para todos os métodos abordados. As técnicas estatísticas são descritas a seguir.

4.1 Transformação de Variáveis [Tam et al., 1992], [Nelder et al., 1972]

Na procura de um Modelo Logístico Linear Múltiplo para ajuste da variável resposta dicotômica e várias covariáveis, uma medida da adequação do modelo é feita com base na função desvio. A função desvio é definida por:

$$S_p = -2 \{ L_p - L_{(m+k)} \}$$

onde L_p é o máximo da função logaritmo da verossimilhança para o modelo em investigação com p parâmetros e $L_{(m+k)}$ é o máximo da função logaritmo da verossimilhança para o modelo saturado.

Um modelo mal ajustado tem um grande desvio e um modelo bem ajustado tem pequeno desvio (igual a zero no modelo saturado). Os graus de liberdade associados ao desvio são definidos por $\nu = (m + k) - p$. Na procura de um modelo adequado, a relação da variável resposta com as covariáveis (fatores, características ou simplesmente variáveis) originais e outras covariáveis derivadas destas foram analisadas baseadas na função desvio. A covariável era incorporada ao modelo ajustado, dependendo do valor da função desvio ser estatisticamente significativo ou não. Algumas covariáveis tiveram suas escalas transformadas, na tentativa de melhor captar sua informação.

O desvio é uma medida da distância dos valores ajustados aos valores observados, ou equivalentemente, do modelo corrente ao modelo saturado. Em geral, procura-se modelos com desvios moderados.

O teste da razão de verossimilhança pode ser usado para decidir sobre o modelo mais adequado. A estatística do teste é:

$$S_p = -2 \{ L_p - L_{p+1} \} \sim \chi^2_\nu$$

4.2 Possível Descarte de Pontos

Ao se definir um Modelo Logístico Linear Múltiplo adequado ao problema, estabelecido na seção 4.1, tem-se condições de calcular os resíduos de Pearson para cada observação:

$$e_i = (Y_i - \theta_i) / (\theta_i (1 - \theta_i))^{1/2},$$

onde Y_i é o valor assumido pela variável no modelo saturado e θ_i é a estimativa deste valor feita pelo modelo. Um valor de $|e_i| \geq 1$ indica que a observação i está sendo classificada erroneamente pelo modelo, ou seja, a observação i encontra-se “deslocada” em relação a sua população, o que a caracteriza como atípica. Sugere-se que, nestes casos, sejam procuradas justificativas para tal ocorrência. Se houver justificativa, a observação atípica i pode ser descartada da amostra e, por conseguinte, do modelo. Observe-se que, neste caso, as estimativas para o modelo devem ser recalculadas.

5. Aplicação da Análise Estatística e dos Métodos de Análise Discriminante ao Problema da Indústria de Papel

Esta seção mostra os valores numéricos obtidos ao se aplicar a análise estatística e o procedimento para testar os métodos de análise discriminante ao se utilizar os dados coletados das bobinas de papel.

5.1 Aplicação da Análise Estatística dos Dados

Inicialmente foi aplicado o teste T^2 de Hotelling, de uso corrente, com estatística

$$T^2 = (m+k-n-1) / (m+k-2)_{1,n},$$

onde

$$T^2 = (\underline{x}_A - \underline{x}_B)' [1/m + 1/k] S_p^{-1} (\underline{x}_A - \underline{x}_B),$$

é comparada com a distribuição F, $F_{n,m+k-n-1} (0.95)$, para testar a igualdade dos vetores médios das duas populações multivariadas A e B. Estes valores para a matriz de dados original foram: $2.09 > 1.69 = F_{18,126} (0.95)$. Com isto, pode-se afirmar com uma probabilidade de 95% de acerto que as duas populações A e B são distintas. Assim, a população de bobinas de boa qualidade é distinta da população de bobinas de baixa qualidade.

Na transformação de variáveis ficaram definidas as seguintes covariáveis : m1, ce, pm, m12 (=m1.m1), m22 (=m2.m2), m32(=m3.m3), m42(=m4.m4), m72(=m7.m7), tmp2(=tmp.tmp), pm2(=pm.pm), lnm22(=log_e m22), lnm42(=log_e m42), lnm62(=log_e m62), lnce(=log_e ce), r12(=r1.r1), tr2, tr22(=tr2.tr2), r2, r22(=r2.r2), tr3, tr32(=tr3.tr3), r1, m5, m52(m5.m5), ou seja, 24 variáveis. Observe-se que foram descartadas as variáveis: tr1, r3, v. Como o que se desejava era o prognóstico 1 ou 0 (o ponto pertence a A ou B) com o menor erro possível, analisou-se o relacionamento da variável resposta com as covariáveis originais e outras covariáveis derivadas destas com base na função desvio. Conforme o valor da função desvio fosse estatisticamente significativo ou não, a covariável era incorporada ao modelo ajustado. Esta análise foi feita com o auxílio do pacote computacional **GLIM** (*Generalized Linear Interactive Model*).

No procedimento de descarte de pontos, 10 pontos considerados atípicos foram descartados (7% do total). Isto foi definido após discussões com especialistas na área e identificadas as causas. Então, após a análise estatística dos dados, o problema ficou com 135 pontos, cada um dos quais com 24 variáveis.

5.2 Procedimento para Testes

Os testes foram feitos considerando-se 2 matrizes: a primeira, M1, contém todos os dados coletados, sendo portanto da ordem de 145 x 18; a segunda, M2, contém os dados analisados seguindo o procedimento apresentado na seção 5.1, sendo portanto da ordem de 135 x 24.

Os métodos abordados foram implementados na linguagem Pascal utilizando o pacote computacional **GAMS** (*General Algebraic Modeling Systems*) como sub-rotina nos dois primeiros métodos (os métodos de Programação Linear), e o pacote computacional **GLIM** preliminarmente ao quinto método (Regressão Logística).

Procedendo similarmente a Bennett e Mangasarian, 1992, a metodologia dos testes consistiu em dividir os conjuntos de pontos. M1 e M2, em 2 sub-conjuntos: um dos sub-conjuntos, Tr. (conjunto de treinamento), foi usado para treinar o programa, e o outro sub-conjunto, Tt. (conjunto para testes), foi usado para testar o programa treinado. Este procedimento foi repetido três vezes, variando o conjunto Tr., e conseqüentemente o conjunto Tt., e a média das percentagens dos erros foi calculada.

5.3 Avaliação da Eficiência dos Métodos Aplicados ao Problema do Papel Industrial, Usando a Matriz de Dados Brutos (M1) e a Matriz de Dados Analisados Estatisticamente (M2)

Com as matrizes M1(145 x 18) e M2 (135 x 24) foram efetuados os testes conforme procedimento descrito na seção 5.2. Para M1, 3 conjuntos para treinamento de 130 pontos foram obtidos e, conseqüentemente, 3 conjuntos para testes de 15 pontos cada. Para M2, 3 conjuntos de 120 pontos cada foram considerados com seus respectivos conjuntos para testes de 15 pontos. Os pontos do conjunto Tr. também foram testados. As médias das percentagens de erros foram:

Quadro 1. Média das percentagens dos erros dos métodos para a matriz sem ajuste e para as matrizes ajustadas
(M1 : 145 x 18, P.T. = 130, P.N.T = 15, M2: 135 x 24, P.T. = 120, P.N.T. = 15)

Método	P.L. 1		P.L.2		Fisher		k'-viz.		R. Log.	
	Tr.	Tt.	Tr.	Tt.	Tr.	Tt.	Tr.	Tt.	Tr.	Tt.
MI	0	48.87	27.18	46.67	27.69	36.67	27.30	26.66	21.03	33.33
M2	0	19.99	10.01	15.55	16.11	15.55	20.55	24.45	2.77	19.99

6. Modelo Matemático para o Controle do Processo de Produção do Papel Industrial

Analisando-se os resultados do Quadro 1 decidiu-se utilizar o 2º método, Geração de uma Superfície que Minimiza Erros (apresentou menor percentagem de erros), para a construção de um modelo matemático que permita ajustar as variáveis do processo, no controle do processo do papel industrial, de modo a garantir a obtenção de bobinas de boa qualidade a um mínimo custo.

Considerou-se, para a construção deste modelo, todos os 135 pontos ajustados (analisados estatisticamente) disponíveis (32 representativos de bobinas de boa qualidade e 103, de baixa qualidade) para treinar o programa. Observe-se que se tem agora apenas o conjunto de treinamento Tr. A percentagem de erros para este caso foi de 10.37%, sendo que 9 pontos representativos de bobinas de boa qualidade foram classificados pelo método como sendo de baixa qualidade e 5 pontos de baixa qualidade foram classificados como sendo de boa qualidade.

Esquemáticamente tem-se a situação mostrada no quadro 2 a seguir:

Quadro 2: Classificação das bobinas de papel, através do 2º Método, com as respectivas percentagens de erros (B. Q. = Bobinas de boa qualidade e b. q. = Bobinas de baixa qualidade)

Classificação

	Real	Modelo		% erros
		B.Q.	b.q.	
B.Q.	32	23	9	6.67
b.q.	103	5	98	3.70
Total	135			10.37

Foram classificadas como bobinas de boa qualidade, através do 2º Método, aquelas que forneceram um valor $wx \geq \gamma$, e de baixa qualidade aquelas que forneceram um valor $wx < \gamma$.

Pode-se então construir o modelo matemático que minimize os custos associados às variáveis do processo e, simultaneamente, exigir que $wx \geq \gamma$, fazendo com que a bobina seja de boa qualidade, da seguinte forma:

$$\text{Min } \{c \cdot x \mid wx \geq \gamma, r \leq x \leq s\} \quad (6.1)$$

x

onde $c \in \mathbb{R}^{24}$ é o vetor de custos associado ao vetor das variáveis do processo; r e s são respectivamente os limites de especificação mínimo e máximo de cada variável (existem quantidades mínimas e máximas para cada variável componente da bobina por exemplo, a quantidade mínima para a celulose é de 8% para a indústria em estudo); $w \in \mathbb{R}^{24}$ e $\gamma \in \mathbb{R}$ ficaram definidos ao se aplicar o 2º método (Geração de uma Superfície que Minimiza Erros) fazendo o treinamento do programa e, finalmente $x \in \mathbb{R}^{24}$ são as variáveis ajustadas do problema já definidas anteriormente.

Se o objetivo da indústria de papel for, por exemplo, apenas determinar as quantidades das pastas, celulose, pasta mecânica e pasta termo-mecânica, mantendo as demais variáveis fixas, o modelo ficará:

$$\text{Min } (c_{ce} x_{ce} + c_{tmp} x_{tmp} + c_{pn} x_{pn}) \quad (6.2)$$

x_{ce}, x_{tmp}, x_{pn}

$$\text{s. a : } w_{ce} x_{ce} + w_{pn} x_{pn} + w_{tmp2} x_{tmp2} + w_{pm2} x_{pm2} + w_{lnce} x_{lnce} + \sum w_i x_i \geq \gamma$$

$$r_{ce} \leq x_{ce} \leq S_{ce}; \quad r_{pm} \leq x_{pm}, \quad r_{tmp} \leq x_{tmp} \leq S_{tmp}$$

onde $i \in \{m1, m12, m22, m32, m42, m72, lnm22, lnm42, lnm62, r12, tr2, tr22, r2, r22, tr3, tr32, r1, m5, m52\}$ = conjunto das variáveis fixas.

Trata-se, neste caso, de um modelo de Programação Não Linear já que as quantidades de pastas a serem determinadas envolvem na 1ª restrição variáveis não lineares.

Para aplicar o modelo matemático (6.2), foi desenvolvido um programa em linguagem Pascal, com a utilização do pacote computacional **GAMS** como subrotina. Os custos associados às pastas, utilizados pelo modelo, foram os obtidos em fevereiro de 1994. De modo relativo, eles são os seguintes: custo da pasta mecânica (c_{pm}) = 1, custo da pasta termo-mecânica (c_{tmp}) = 1.4 e o custo da celulose (c_{ce}) = 2.7. Os resultados se mostraram bastante interessantes, como pode-se observar no quadro 3 a seguir.

Quadro 3. Custos, obtidos pelo modelo, para as bobinas serem de B.Q.

	Classificação		B.Q.	
	Real	Modelo	Custo mais baixo	Custo mais alto
B.Q.	32	B.Q. 23	23	0
		b.q. 9	7	2
b.q.	103	B.Q. 5	5	0
		b.q. 98	23	55

Do Quadro 3, tem-se que :

- Em todos os 23 casos de bobinas de boa qualidade e classificadas corretamente, o modelo mostrou que elas poderiam continuar como boas a um custo mais baixo.
- Nos 9 casos de bobinas de boa qualidade e classificadas erroneamente, o modelo mostrou que elas poderiam passar para boa qualidade a um custo mais baixo em 7 destes casos.
- Dos 98 casos de bobinas de baixa qualidade e classificadas corretamente, o modelo mostrou que elas poderiam passar a ser de boa qualidade a um custo mais baixo em 23 destes casos.
- Dos 5 casos de bobinas de baixa qualidade e classificadas erroneamente, o modelo mostrou que elas poderiam passar a ser de boa qualidade a um custo mais baixo em todos os 5 casos.

Além disso, das 10,37% bobinas que são classificadas erroneamente, o real problema está naquelas que são de baixa qualidade e estão sendo classificadas como sendo de boa qualidade, ou seja, em 3,7% dos casos. Esta percentagem só irá cair à medida que o programa seja “melhor alimentado” e todo o processo de produção melhor controlado.

7. Conclusões

O presente trabalho apresenta uma técnica para o controle total de qualidade em uma indústria de papel. Conhecendo-se os valores quantitativos das características que fazem parte da composição de bobinas de boa e de baixa qualidade, pode-se “treinar” um modelo capaz de fazer o Reconhecimento de Padrões, ou seja, dadas novas bobinas de papel, reconhecer se são de boa ou baixa qualidade.

Cinco métodos foram pesquisados e suas performances, com os dados brutos e com os dados ajustados, foram verificadas. Observou-se, inicialmente, que todos os métodos apresentaram uma melhoria muito significativa em classificar novos pontos ao se utilizar os dados ajustados. Este é um fato

da maior importância, pois de nada adianta estarmos de posse de um método eficiente no reconhecimento de padrões, se os dados utilizados não forem analisados e ajustados tornando-se confiáveis.

Observou-se, também, que os métodos que apresentaram melhor performance para o conjunto de testes foram o P.L.2 (Geração de uma Superfície que Minimiza Erros) e o método de Fisher. O P.L. 1, pela sua concepção, sempre apresentará uma percentagem zero para o conjunto de treinamento, ou seja, o programa “aprende” muito bem, porém a percentagem de erros para o conjunto de testes é elevada. Com isto, decidiu-se utilizar o método P.L. 2 para dar prosseguimento ao trabalho. A adoção deste modelo gera uma superfície separadora $wx = \gamma$.

Conhecendo-se os valores w 's e γ , foi construído um segundo modelo matemático objetivando trabalhar com as variáveis que fazem parte do processo de modo a obter bobinas de boa qualidade a um mínimo custo. Operacionalmente, o programa computacional precisaria ser informado sobre as variáveis que podem sofrer alterações durante o processo, já que os valores dos w 's e γ já seriam conhecidos preliminarmente.

Acredita-se que a medida que for melhorado o controle de qualidade “local”, ou seja, o controle de qualidade sobre cada uma das variáveis do processo, obtendo-se pontos constituídos de variáveis confiáveis, e a medida que se obtiver uma quantidade maior de dados, melhor será o controle de qualidade “global”, ou seja, no processo de fabricação como um todo.

Referências Bibliográficas

- BENNETT, K. P. & MANGASARIAN, O. L. *Robust Linear Programming Discrimination of Two Linearly Inseparable Sets*, Optimization Methods and Software, 1992, vol.1, p. 23-34.
- CORDEIRO, G. M., *Modelos Lineares Generalizados*, VII SINAPE, Campinas, S. P., 1986.
- DOBSON, A. J. Introduction to Statistical Modeling. New York, Chapman and Hall, 1983.
- FADUM, O. *Artificial Intelligence : expert systems, fuzzy logic and neural network applications in the paper industry*, Pulp & Paper, 1993.
- GRINOLD, R. C. *Mathematical Programming Methods of Pattern Classification*, Management Sciences, 1972, 19, p. 272-289.
- JOHNSON, R. A. & WICHERN, D. W. Applied Multivariate Statistical Analysis. New Jersey, Prentice-Hall, inc., 1988.
- Kamy do Brasil. Obtenção de Celulose e Papel. Curitiba, 1990. (Apostila).
- LUGOSI, G. *Learning with an Unreliable Teacher*, Pattern Recognition, 1992, 25, n.1, p.79-87.
- MANGASARIAN, O. L., SETIONO, R. & WOLBERG, W. H. *Pattern Recognition via Linear Programming : Theory and Application to Medical Diagnosis*, in: *Large-Scale Numerical! Optimization*, Thomas F. Coleman and Yuying Li, (Eds.), SIAM, Philadelphia 1990, p.22-30
- NELDER, J. A. & WEDDERBURN, R. W. M. *Generalized Linear Models*, J. R. Statist. Soc., A, n. 135, 1972, p.370-384.

- SENAI - Departamento Regional de São Paulo, IPT - Centro Técnico em Celulose e Papel, Tecnologia de fabricação da pasta celulósica, vol. I, Coordenação Técnica de M. L. O D’Almeida, São Paulo, 1981.
- SENAI - Departamento Regional de São Paulo, IPT - Centro Técnico em Celulose e Papel, Tecnologia de fabricação do papel, vol. II, Coordenação Técnica de M L. O ‘Almeida, São Paulo, 1982.
- SMITH, F. W. *Pattern Classifier Design by Linear Programming*, IEEE Transactions on Computers, 1968, vol. C-17, n. 4, p. 367-372.
- STANGE, P. *Programação Matemática no Ajustamento de Pontos e no Reconhecimento de Padrões*. Florianópolis, Universidade Federal de Santa Catarina, 1988.
- STEINER, M. T. A., CARNIERI, C., ROHERIG, C. *Diagnóstico Médico via Programação Linear*, Uberlândia, M. G., CNMAC, 1993.
- STEINER, M. T. A., CARNIERI, C. *Programação Linear, Métodos Estatísticos e Redes Neurais em R. de Padrão*, VII CLAIO, Santiago, Chile, julho 1994a.
- STEINER, M. T. A. *Verificação da Eficiência de Métodos Estatísticos no R. de Padrão via Simulação*, XXVI SBPO, Florianópolis, dez. 1994b.
- STEINER, M. T. A. *Reconhecimento de Padrão na Indústria de Papel*, XXVI SBPO, Florianópolis, dez. 1994c - (Conferência).
- STEINER, M. T. A., CARNIERI, C. *Construção de um Modelo Matemático para o Controle do Processo de Produção do Papel Industrial*, XXVII SBPO, Vitória, nov. 1995a.
- STEINER, M. T. A. Uma Metodologia para o Reconhecimento de Padrões Multivariados com Resposta Dicotômica. Florianópolis, Universidade Federal de Santa Catarina, 1995b. (Tese de Doutorado - Engenharia de Produção).
- STEINER, M. T. A., CARNIERI, C. e GAVINHO, L. *A Proposal for the Quality Control in the Papermill.*, Fifth SIAM Conference on Optimization, Victoria, Canadá, maio 1996.
- STEPHENS, G. H. *Advanced Process Management - a vision for the not too distant future*, Tappi Journal, 1992.
- STOVES, G. D. & FLANDERS, L. N. *An Analytical Method for Determining the Lowest Cost Fiber to the Pulp Mill*, Tappi Journal, 1992, p. 143-150.
- TAM, K. Y. & KIANG, M. Y. *Managerial Applications of Neural Networks : The Case of Bank Failure Predictions*, Management Sciences 38 n. 7, 1992, p. 926-947.
- WINDOM Jr., D. R., COOK, D. F. & MASSEY, J. G. *Integrating the art and science of papermaking in an expert system*, Tappi Journal, 1991, p. 85-88.

Apêndice

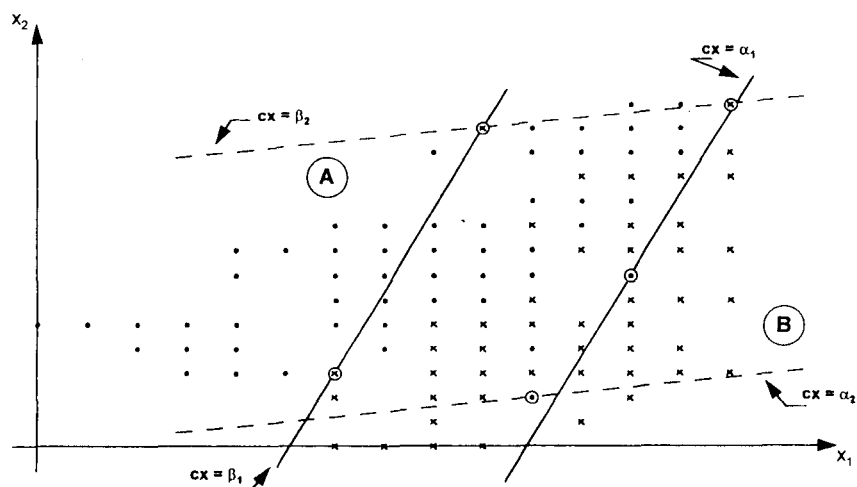


Figura 1. Ilustração gráfica do 1º método : Geração de uma Superfície Linear por Partes, onde estão traçados os 2 primeiros planos de um total de 11 necessários para a separação completa de de A e B.

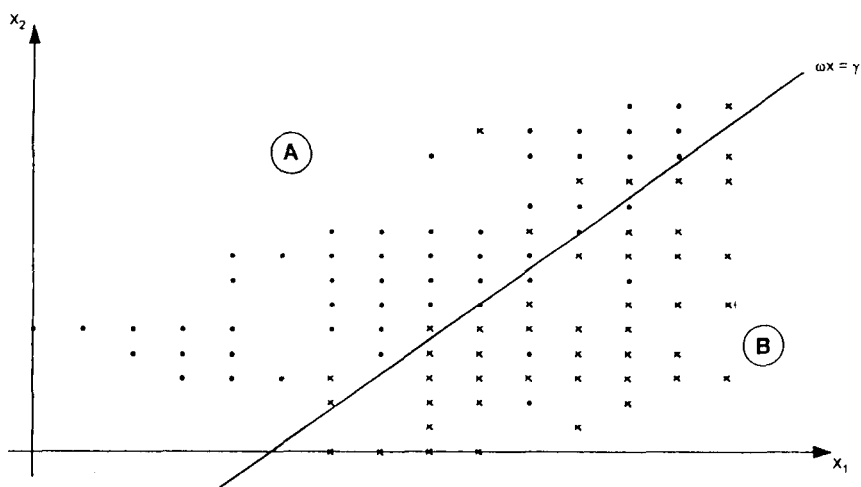


Figura 2. Ilustração gráfica do 2º método : Geração de uma Superfície que Minimiza Erros, onde se encontra traçado o plano separador de A e B.

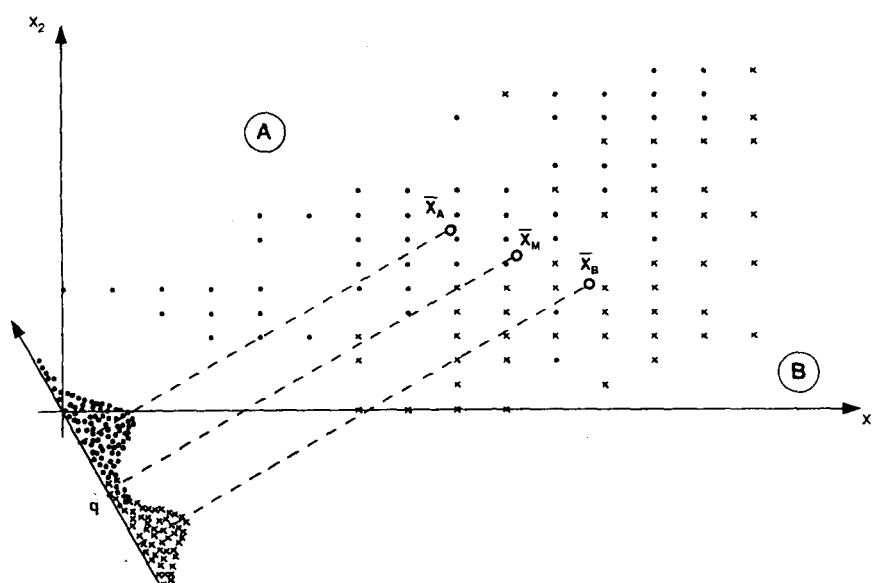


Figura 3. Ilustração gráfica do 3º método : Função Discriminante Linear de Fischer, onde q separa os conjuntos A e B.

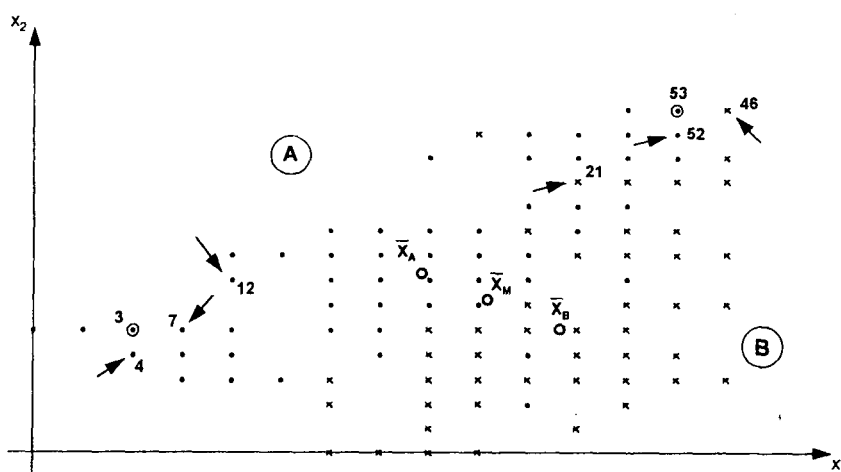


Figura 4. Ilustração gráfica do 4º método: Método dos k^2 -Vizinhos mais próximos segundo a distância de Mahalanobis.

Por ex.: Para o ponto 3 de A, os três vizinhos mais próximos são: 4, 7, 12 (todos de A), logo o método classifica, corretamente, o ponto 3 como ponto de A;
 Para o ponto 53 de A, os 3 vizinhos mais próximos são: 52 (de A), 41 e 21 (de B), logo o método classifica, com erro, o ponto 53 como sendo de B.

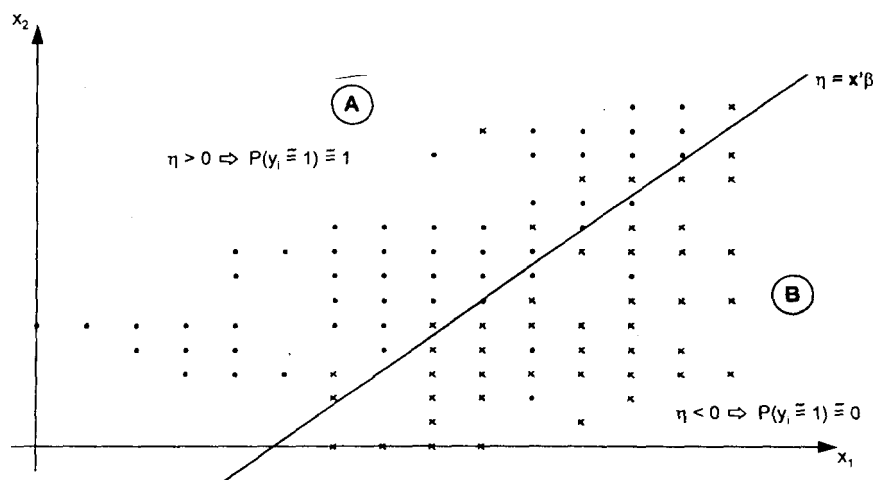


Figura 5: Ilustração gráfica do 5º método: Modelo de Regressão Logística, com $\eta = x'\beta$ obtido num ajuste linear e probabilidade $(y_i=1) = 1 / (1+e^{-\eta})$.

Republicado de Pesquisa Operacional, v.15, n. 1 e 2, pp.49-65, 1995