

UM ESTUDO COMPUTACIONAL SOBRE A GERAÇÃO DE PADRÕES DE CORTE 2-ESTÁGIOS EM UMA FÁBRICA DE MÓVEIS DE PEQUENO PORTE¹

Rafael Freitas Rocha^a, Silvio Alexandre de Araujo^{a*}, Socorro Rangel^a

*^aDepartamento de Matemática Aplicada, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas
Universidade Estadual Paulista - UNESP, São José do Rio Preto-SP, Brasil*

Resumo

Os Problemas de Corte de Estoque (PCE) são frequentemente encontrados em indústrias moveleiras. Em algumas indústrias, para a fabricação dos móveis é necessário cortar placas retangulares de madeira em retângulos menores. O foco deste trabalho é avaliação de diferentes modelos matemáticos para gerar padrões de corte para a solução dos PCE bidimensionais usando o método de geração de colunas. O estudo se baseia no processo produtivo de uma fábrica de pequeno porte do Pólo Moveleiro de Mirassol-SP. É realizado um estudo computacional usando instâncias geradas a partir de dados coletados na fábrica, e são apresentadas conclusões ao se comparar os modelos propostos entre eles e com os resultados da fábrica. Além disso, são analisados outros aspectos da produção, tais como, a possibilidade de rotacionar itens e o corte conjunto de itens associados a diferentes produtos finais.

Palavras-chave: Corte de Estoque Bidimensional, Geração de Padrões de Corte, Indústria Moveleira.

Abstract

Cutting stock problems (CSP) are often found in furniture industries. In some of them, it is necessary to cut rectangular plates out of wood into smaller rectangles that are parts of final products. The aim of this work is to evaluate different mathematical models to generate cutting patterns to solve the two-dimensional CSP using the column generation method. The study is based on the production processes of a small-scale plant from the Regional Center of Mirassol-SP. A computational study is conducted using instances generated from data collected at the plant, and some conclusions are presented by comparing the models proposed between them with the results from the plant. Moreover, various production possibilities are considered, such as the possibility of rotating items and cutting items associated to different final products.

Keywords: Two-Dimensional Cutting Stock, Cutting Pattern Generation, Furniture Industry.

*Autor para correspondência: e-mail: saraujo@ibilce.unesp.br

¹Todos os autores assumem a responsabilidade pelo conteúdo do artigo.

Versão inicial submetida em 18/02/2016. Versão final recebida em 28/03/2016.

1. Introdução

No Brasil, o setor moveleiro é composto, aproximadamente, por 19 mil indústrias, que empregam cerca de 330 mil profissionais em todo o país (IEMI, 2014). Essas empresas produziram, em 2013, mais de 508 milhões de peças que, em valores, significam algo próximo de R\$ 43 bilhões. As fábricas de móveis se agrupam em pólos moveleiros que, atualmente, estão localizados em quase todos os estados do país, sendo os principais situados nas regiões Sul e Sudeste, em: Bento Gonçalves/RS, Caxias do Sul/RS, Lagoa Vermelha/RS, São Bento do Sul/SC, Arapongas/PR, Mirassol/SP, Votuporanga/SP, Grande São Paulo/SP, Ubá/MG, Grande Belo Horizonte/MG, Grande Rio de Janeiro/RJ e Linhares/ES. A maior parte das indústrias são consideradas de pequeno e médio portes.

De acordo com os dados do IEMI (2014), no período de 2009 a 2013, o volume do consumo de móveis (incluindo residenciais e escritórios) cresceu a um ritmo aproximado de 7% ao ano, sendo que a região Sudeste foi responsável por 46% do consumo total de móveis do país. A ascensão das classes C e B2, com renda familiar anual entre 5 e 10 salários mínimos e entre 11 e 15 salários mínimos, respectivamente, fez com que estas se tornassem as duas principais classes com o poder de compra de móveis, representando 57,3% de todo o valor gasto com móveis em 2013. Projetos do Governo Federal, como o *Minha Casa Melhor*, também estimularam o crescimento do setor moveleiro. Com esse programa foi aberta uma linha de crédito especial, a todos aqueles que estavam em dia com as prestações dos imóveis adquiridos no programa *Minha Casa Minha Vida*, para a compra de móveis e eletrodomésticos, aumentando assim o faturamento do setor moveleiro nacional neste período.

Segundo Silva e Santos (2005), o esforço para uma indústria se manter no mercado requer a adoção de um planejamento estratégico minucioso para que o retorno sobre investimentos internos seja favorável em médio e longo prazos. Desta maneira, um dos fatores críticos de competitividade que merece uma análise mais detalhada, além de fatores como diferenciação de produto, incorporação de novas máquinas, equipamentos e matéria-prima, é a adoção de inovações organizacionais que visem a modernização e a racionalização dos processos produtivos da empresa (Ferreira *et al.*, 2008). É nesse último contexto que se dá a contribuição do presente estudo.

Na produção de um móvel podem ser usados diversos tipos de matéria prima (*e.g.* madeira *in natura*, placas de madeira, metal, plástico, couro), mas em geral, as empresas se especializam em móveis de um único tipo de material (Rangel e Figueiredo, 2008). Neste trabalho, o foco é em empresas que utilizam como matéria prima principal placas retangulares

de madeira (e.g. Aglomerado, Compensado, MDF (*Medium-Density Fiberboard*) e OSB (*Oriented Strand Board*)). No processo de corte surge uma das principais preocupações do setor: um bom aproveitamento da matéria prima, pois esta é parte fundamental na definição do custo final dos produtos. O melhor aproveitamento da matéria-prima neste caso está relacionado à determinação da forma com que os painéis retangulares serão cortados. Esta tarefa requer um esforço muito grande do profissional responsável e nem sempre um sistema computacional específico está disponível, e quando está, muitas vezes não atende às particularidades da empresa em que está instalado. O problema de cortar placas retangulares de madeira em retângulos menores é conhecido na literatura como Problema de Corte de Estoque (PCE). Como no caso estudado neste trabalho duas dimensões são relevantes para o corte, temos um problema de corte de estoque bidimensional.

As principais contribuições deste trabalho estão no levantamento e publicação de dados reais de uma indústria característica do setor moveleiro e na avaliação do comportamento computacional de alguns procedimentos propostos na literatura para a solução de instancias do problema geradas com base em dados reais, com ênfase na geração de padrões para o corte da matéria prima (padrões de corte). A publicação de resultados de testes computacionais com dados reais contribui para preencher uma lacuna na literatura observada, por exemplo por Clark, Almada-Lobo e Almeder (2011, pg. 1) que diz: “... *there is a lack of research on the effect of using real life instances (some with “dirty data”) to carry out computational experiments, instead of relying on random instance generators, and on the integration of the algorithms with interactive decision support systems...*”.

Este trabalho está organizado da seguinte maneira. Na Seção 2, é feita uma descrição do polo moveleiro de Mirassol-SP e do processo produtivo de uma fábrica de pequeno porte característica do setor. Na Seção 3, apresentamos os métodos utilizados para a solução do problema de corte de estoque de acordo com os interesses da fábrica visitada. Na Seção 4, são apresentados e analisados os resultados computacionais do estudo e, na Seção 5, são feitas as considerações finais do trabalho.

2. O Pólo Moveleiro de Mirassol e uma Fábrica Característica

Mirassol é um município brasileiro do estado de São Paulo, localizado a 453km da cidade de São Paulo, com população de 57.857 habitantes (IBGE, 2015). A industrialização da cidade se deu a partir de 1917, quando Feliciano Sales Cunha montou uma serraria na cidade. Por volta de 1920, a industrialização de Mirassol ganhou uma nova força, com a fabricação de carros

movidos a gasogênio (mistura combustível de gases). No mesmo período instalou-se em Mirassol um bazar, estabelecimento que foi crescendo, passou a ser uma casa de tecidos, depois loja de móveis e, mais tarde, transformou-se em uma fábrica de móveis que, atualmente, é uma das maiores da cidade e região.

O pólo moveleiro de Mirassol, que envolve, entre outras, as cidades de Mirassol, São José do Rio Preto, Jaci, Catanduva, Olímpia, Novo Horizonte, conta com mais de 230 fábricas que geram cerca de 8.000 empregos diretos (SIMM, 2015). Essas indústrias produzem móveis com predominância do MDF, e em série (*racks*, estantes, estofados, colchões, dormitórios, salas de jantar e poltronas decorativas). Distribuem móveis para todo o Brasil, além de exportar, já atingindo mercados da América do Sul, América Central, Estados Unidos, África e Oriente Médio.

A fábrica que serviu de base para o estudo descrito neste trabalho, F. Móveis, está localizada em Jaci, com 6.486 habitantes (IBGE, 2015). A indústria moveleira é a principal atividade econômica da cidade, com cerca de 72 fábricas, entre grandes, médias e pequenas, segundo informações do site oficial da prefeitura do município (Prefeitura Municipal de Jaci, 2015). A fábrica, fundada em 1991, é de pequeno porte e emprega cerca de 42 pessoas, sendo que o setor de produção é composto por 30 trabalhadores, e atende ao mercado de várias regiões brasileiras. O processo de produção de móveis desta fábrica é similar ao de outras fábricas do mesmo porte e é descrito na Seção 2.1.

2.1 Descrição do Processo de Produção de Móveis

A produção da F. móveis é essencialmente de móveis residenciais, sendo que alguns produtos também são utilizados por escritórios. Ao todo são 32 produtos fabricados em seis cores (nogal/avelã, imbuia/preto, branco/preto, carvalho *bianco*/preto, branco e teka), totalizando 192 produtos disponíveis no catálogo da empresa. Cinco produtos do catálogo representam aproximadamente 48% de toda a produção mensal da fábrica. A produção dos móveis é feita por lotes e varia de acordo com os pedidos e o estoque disponível.

A matéria-prima (placas de madeira) utilizada na produção dos móveis fica estocada em um galpão a cerca de 80m da fábrica. Todos os dias, após o início do expediente dos trabalhadores (7h00 - 17h00), o operador da máquina de corte recebe a ordem de Produção com uma lista de todos os produtos que serão fabricados ao longo do dia e então decide a quantidade de placas de madeira que será transportada para a fábrica.

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

O processo de produção de um móvel se inicia com o corte das placas de madeira retangulares (objetos) em retângulos de dimensões menores (itens) que compõem a estrutura do móvel. Na empresa em questão, este corte é realizado em dois estágios e por duas máquinas de corte distintas com capacidades e mecânicas iguais (máquinas seccionadoras). Nas duas máquinas só é possível realizar cortes guilhotinados ortogonais, isto é, cortes que quando aplicados a um retângulo, geram dois novos retângulos. A primeira máquina realiza cortes ao longo do comprimento do objeto, gerando faixas de mesmo comprimento e diferentes larguras. Já a segunda máquina, conhecida internamente como repicadora, realiza cortes nas faixas obtendo assim os itens que compõem o móvel. As duas máquinas seccionadoras são operadas pelo mesmo trabalhador. Caso sejam necessários cortes extras relacionados a aparas, utiliza-se uma terceira máquina, diferente das duas descritas anteriormente.

Após o corte dos objetos e obtenção dos itens, estes são empilhados e cada pilha de itens recebe uma etiqueta referente à cor com que deverão ser pintados posteriormente. Os itens seguem para o setor de furação, onde são realizados todos os furos necessários para o encaixe posterior, e então seguem para a análise de qualidade do produto na fase da pré-montagem. Caso esteja tudo correto, alguns itens seguem diretamente para a colagem de bordas arredondadas, enquanto outros seguem para a usinagem e lixamento posterior. Após estas etapas, os itens seguem para a pintura UV (ultravioleta), sendo que alguns itens recebem antes a pintura PU (Poliuretânicas). A diferença entre estes dois processos de pintura basicamente se dá pela facilidade com que a tinta é absorvida pela madeira e também ao processo de secagem, sendo que na pintura UV a emissão de solventes para atmosfera durante a secagem é praticamente nula. A atividade de lixamento é executada por três trabalhadores e a pintura por um único trabalhador. Os processos de lixamento e pintura devem ser repetidos duas vezes com descanso de um dia, para garantir a qualidade do produto. Na etapa final, os itens recebem estampas e são posteriormente embalados, acondicionados em paletes e encaminhados por empilhadeiras para o estoque. A Figura 1 apresenta um esquema do processo de produção da F. móveis.

Conforme observado em Rangel e Figueiredo (2008) e Toscano, Rangel e Yanasse (2015), os processos de produção de pequenas e médias empresas da região noroeste do estado de São Paulo são muito similares e diferem apenas pelo maquinário e/ou aspectos específicos de alguns produtos. Por exemplo, na fábrica citada em Rangel e Figueiredo (2008) pode ser observado que alguns itens são submetidos à primeira demão de tinta antes de serem

lixados, o que não acontece na F. Móveis. Outro aspecto interessante é a preferência por padrões n-grupos, com ($n > 1$) (Faccio e Rangel, 2009). Na F. Móveis são usados padrões do tipo dois estágios, descrito na Seção 2.2.

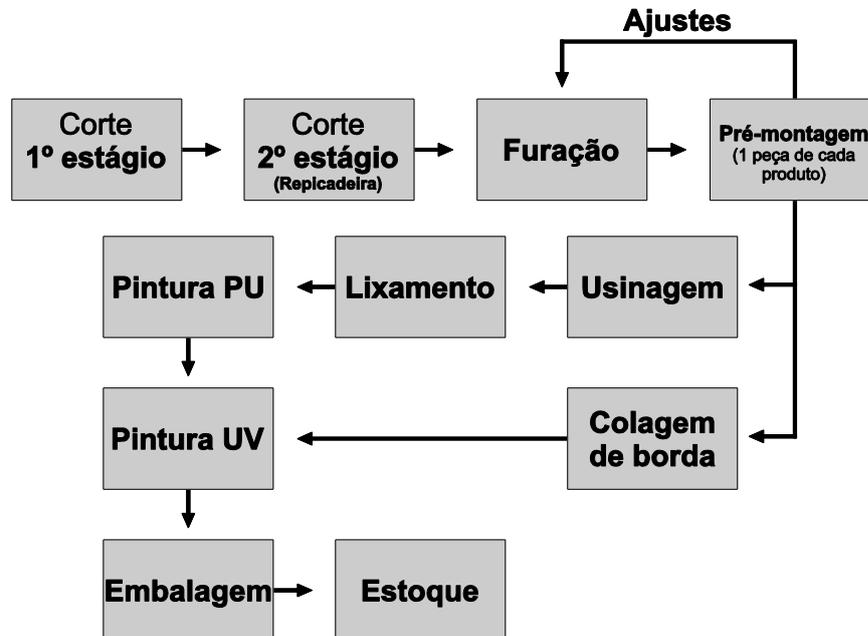


Figura 1 - Esboço do processo produtivo da F. móveis.

2.2 Planejamento do Corte da Matéria Prima Principal

Um aspecto crucial do planejamento da produção de móveis é o corte da matéria prima principal, o que pode ser feito de diversas maneiras. Definimos como *padrão de corte* ao arranjo dos itens no objeto respeitando às restrições físicas do mesmo. Para o gerente de produção da empresa F. Móveis, a qualidade de um padrão de corte está fortemente ligada a dois aspectos: a facilidade de corte (pouca movimentação dos objetos) e ao aproveitamento da área total do objeto.

Com o objetivo de atender o primeiro aspecto, a empresa busca por padrões de corte que necessitem de pouco manuseio (rotações) do objeto. Para atender a este objetivo, a empresa definiu a dinâmica do uso das máquinas seccionadoras descritas na Seção 2.1. Das duas máquinas seccionadoras existentes na fábrica, uma faz o corte do objeto ao longo do comprimento, dividindo-o em faixas de diferentes larguras, e a outra (a repicadora) divide as faixas em retângulos menores. Para permitir esta dinâmica, são usados na fábrica apenas padrões de corte dois estágios (*e.g.* Gilmore e Gomory, 1965; Morabito e Arenales, 2000). Isto é, padrões em que no primeiro estágio, o objeto é dividido em faixas e, no segundo estágio, as faixas são divididas em retângulos menores. Se as dimensões de um retângulo

assim obtido não compõe um móvel, este é considerado como perda. Uma outra classe de padrões de corte que atende as exigências da empresa são os padrões de corte 1-grupo (*e.g.* Faccio e Rangel, 2009). Neste tipo de padrão, as faixas geradas no primeiro estágio podem ser cortadas simultaneamente no segundo estágio, o que pode reduzir o tempo total de corte e diminuir o número de movimentações dos objetos. A Figura 2 ilustra um padrão de corte em dois estágios usado na empresa F. Móveis, e a Figura 3 um padrão 1-grupo.

Para atender o segundo aspecto relacionado à qualidade de um padrão de corte, ou seja, redução do número total de objetos cortados, procura-se utilizar padrões de corte com baixa perda. A perda associada a um padrão é calculada como sendo a diferença entre a área total do objeto e a soma das áreas dos itens cortados. Na prática diária da fábrica F. móveis, os padrões de corte utilizados são, em sua maioria, determinados por tentativa e erro. Quando um novo produto entra em estudo para fabricação, o gerente de produção utiliza o programa disponível *online* “Otimizador de Corte” (Placacentro Masisa, 2015) para encontrar um conjunto inicial de padrões de corte associados aos itens necessários para a produção deste novo móvel. No entanto, os padrões de corte resultantes deste sistema computacional nem sempre são aceitáveis para empresa, devido à restrição de cortes guilhotinados em 2-estágios. Quando a solução do sistema inclui um padrão de corte inviável para a fábrica (*e.g.* um padrão com mais de 2-estágios) é feita uma tentativa de transformar a solução obtida em uma outra que atenda todos os critérios da empresa. Por exemplo, os padrões são alterados para que sejam 2-estágios ou 1-grupo e as frequências associadas modificadas de acordo. Também são feitas alterações substituindo um subconjunto de itens (excedentes) que serão cortados em um determinado padrão de corte para um item com a dimensão que eles sabem que vão precisar com maior urgência.

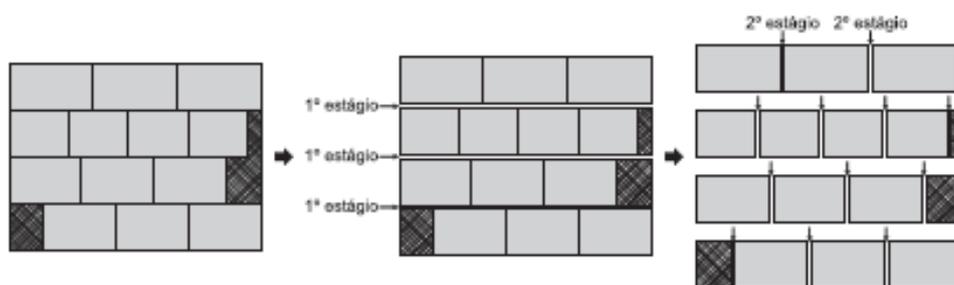


Figura 2 - Padrão de corte dois estágios.



Figura 3 - Padrão de corte 1-grupo.

Em algumas situações, o operador da máquina seccionadora utiliza apenas metade de um objeto para obtenção dos itens. A metade restante (item reaproveitável) é armazenada próximo à máquina seccionadora e pode ser utilizada a qualquer momento para a produção de outros itens. Este uso parcial da matéria prima é feito com o objetivo de reduzir a quantidade de itens excedentes, deixando a matéria prima em um tamanho que possa ser aproveitada no futuro. Também é usual que o corte de um item planejado inicialmente não seja realizado já que houve excedentes deste item em um processo de corte anterior. No entanto, não há qualquer controle computacional de estoque de itens na fábrica. Neste trabalho não consideramos o estoque de itens e nem a possibilidade de gerar itens reaproveitáveis. Mais detalhes sobre o PCE com itens reaproveitáveis podem ser obtidos em Cherri *et al.* (2014), e sobre o PCE considerando estoque de itens em, por exemplo, Vanzela *et al.* (2016).

No planejamento do corte na fábrica F. Móveis também é permitida a rotação de itens em 90° , isto é, um item i de dimensões $l_i \times w_i$ pode ser produzido também como um item de dimensões $w_i \times l_i$ desde que caiba no objeto. Neste caso, a produção total do item i é contabilizada pela soma da quantidade produzida do item original e a do item rotacionado. Outro aspecto a ser considerado para a obtenção de padrões de corte viáveis é a consideração da espessura da serra no planejamento do padrão de corte (Morabito e Arenales, 2000).

3. Geração de Padrões de Corte 2 Estágios

Existe uma vasta literatura sobre problemas de corte e empacotamento (ver, por exemplo, a edição especial sobre o tema organizada em Morabito, Arenales e Yanasse, 2009 e as referências citadas), e em particular sobre o problema de corte de estoque. Em muitos desses trabalhos o foco é em métodos para a geração de padrões de corte especiais (*e.g* Gilmore e

Gomory, 1965, 1966; Christofides e Whitlock, 1977; Oliveira e Ferreira, 1990; Scheithauer, 2002; Lodi e Monaci, 2003; Yanasse e Morabito, 2006, 2013; Rangel e Figueiredo, 2008). Esses procedimentos são importantes porque compõem o principal método usado até hoje para a resolução do PCE, que é o método simplex com geração de colunas.

Sejam: A_j ($j = 1, \dots, n$) um vetor coluna m -dimensional representando um padrão de corte bidimensional (cada elemento a_{ij} do vetor representa o número de itens i no padrão de corte j); d_i a demanda do item i ($i=1, \dots, m$); e x_j é uma variável de decisão que representa o número de objetos que serão cortados de acordo com o padrão de corte j . Considerando que todos os n padrões de corte são conhecidos *a priori* o PCE pode ser definido matematicamente de acordo com (1)-(3).

$$\min Z_{GG} = \sum_{j=1}^n x_j \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq d_i, \forall i = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$x_j \in \mathbb{Z}_+, \forall j = 1, \dots, n \quad (3)$$

A função objetivo (1) minimiza o número total de objetos, a restrição (2) garante o atendimento à demanda permitindo a produção de itens em excesso e a (3) define o domínio das variáveis.

Resolver o PCE em geral é uma tarefa difícil devido ao grande número de variáveis x_j (possíveis padrões de corte) e, devido ao fato que tais variáveis são inteiras. Para contornar tais dificuldades, um método de geração de colunas baseado em Gilmore e Gomory (1961, 1963) pode ser aplicado à relaxação linear do problema obtido substituindo a restrição (3) pela restrição ($x_j \in R_+, \forall j = 1, \dots, n$).

No método de geração de colunas a relaxação linear do problema (1)-(3) é chamada de Problema Mestre (PM) o qual contém um número muito elevado de colunas (variáveis x_j) dificultando sua resolução por técnicas padrões de programação linear, tais como, o método Simplex. Para contornar tal dificuldade definimos o Problema Mestre Restrito (PMR) que é obtido considerando um subconjunto m de padrões de corte (colunas) da matriz A associada ao vetor x . Neste trabalho foram considerados m padrões de corte homogêneos maximais

(padrões de corte com apenas um item, o máximo de vezes possível) para compor a matriz básica inicial do PMR. Observe que m é exatamente o número de restrições do problema e, assim teremos uma matriz diagonal composta por linhas e colunas linearmente independentes (um padrão homogêneo maximal associado a cada item) garantindo uma solução inicial factível para o problema. Os outros $(n-m)$ padrões de corte são desconsiderados e serão gerados no decorrer do método. Após resolver o PMR, que consiste num problema de programação linear, as variáveis duais (π) associadas às restrições de demanda (2) são recuperadas e o subproblema:

$$f(A_k) = \max (\pi^T A_j) \quad (4)$$

Sujeito a:

$$A_j \text{ é um padrão de corte bidimensional} \quad (5)$$

é resolvido para verificar se existem padrões de corte que podem melhorar a solução atual do PMR. Colunas que satisfazem o critério $\bar{c} = 1 - f(A_k) < 0$, são incluídas no PMR e um novo PMR é resolvido. Este processo iterativo ocorre até que $\bar{c} \geq 0$ (não há mais colunas que melhorem a solução do PMR).

Uma solução inteira factível para o problema PCE é obtida resolvendo uma versão restrita do problema (1)-(3) (PIR) obtida considerando apenas as colunas geradas para o PMR.

Nas Seções 3.1 a 3.3 são apresentados os três métodos usados nesse trabalho para a geração de padrões de corte guilhotinados em dois estágios. Tais métodos foram escolhidos com o objetivo de comparar a estratégia clássica de Gilmore e Gomory (1965) (descrita na Seção 3.1) com uma abordagem baseada em modelo matemático e, para tanto, escolhemos o modelo proposto recentemente em Yanasse e Morabito (2013) (descrito na Seção 3.3). Além disso, utilizamos o modelo de Scheithauer (2002) (descrito na Seção 3.2) para avaliar a estratégia de geração de padrões 1-grupo com relação às estratégias de geração de padrões 2-estágios. Escolhemos este modelo por obter bons resultados para geração de padrões 1-grupo e por este ter servido de base para o modelo de Yanasse e Morabito (2013).

3.1 O Método das Duas Fases de Gilmore e Gomory (1965)

O método das duas fases de Gilmore e Gomory (1965) para a geração de padrões de corte em dois estágios consiste em se resolver $m+1$ problemas da mochila inteiros. Considere os seguintes parâmetros do problema:

m é o número de itens distintos;

L e W são o comprimento e largura, respectivamente, do objeto;

l_i e w_i são o comprimento e largura, respectivamente, dos itens, $i = 1, \dots, m$;

v_i são os valores de utilidade de cada item (por exemplo, área), $i = 1, \dots, m$.

Fase I (criação das faixas)

Inicialmente, os itens são ordenados de acordo com $w_i \leq w_{i+1}$, $i = 1 \dots, m$, e dispostos em conjuntos $\Omega_k = \{i \text{ tal que } w_i \leq w_k\}$, $k = 1 \dots, m$. Assim a melhor maneira para cortar itens em cada faixa $L \times w_k$ ($k = 1 \dots, m$) é encontrada resolvendo o seguinte problema da mochila:

$$\pi_k^* = \max \{ \sum_{i \in \Omega_k} v_i r_{ik} : \sum_{i \in \Omega_k} l_i r_{ik} \leq L, r_{ik} \in Z \} ,$$

em que r_{ik} é o número de itens do tipo i na faixa $L \times w_k$.

Fase II (escolha das faixas que compõem o padrão de corte)

$$f(A_j) = \max \{ \sum_{k=1}^m \pi_k^* z_k : \sum_{k=1}^m w_k z_k \leq W, z_k \in Z \} .$$

em que z_k é o número de vezes que a faixa $L \times w_k$ será utilizada no padrão de corte A_j .

O padrão A_j é obtido de acordo com:

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^m z_k r_{ik}, i = 1, \dots, m$$

É interessante observar que as m primeiras mochilas da Fase I podem ser resolvidas simultaneamente se um algoritmo de programação dinâmica for empregado (Rangel *et al.*, 2016). Mais detalhes sobre este procedimento podem ser obtidos, por exemplo, em Morabito e Arenales (2000) e Rangel e Figueiredo (2008).

3.2 O Modelo Matemático de Scheithauer (2002): Geração de Padrões de Corte 1-Grupo

No modelo proposto por Scheithauer (2002) para geração de padrões de corte 1-grupo não-exato os comprimentos e larguras de cada faixa a ser cortada são considerados como variáveis de decisão. Um padrão de corte é dito ser não-exato quando o item a ser produzido pode ter largura menor do que largura da faixa no qual está inserido, sendo necessário um corte adicional para a obtenção do item final.

Para apresentar formalmente o modelo, considere, além dos parâmetros da Seção 3.1, os seguintes parâmetros:

$b_i, i = 1, \dots, m$, é a quantidade máxima permitida para a produção de cada item i ;

P - Número máximo de faixas da esquerda para a direita no padrão $(P = \lfloor \frac{L}{\ell_{min}} \rfloor)$;

Q - Número máximo de faixas de baixo para cima no padrão $(Q = \lfloor \frac{W}{\omega_{min}} \rfloor)$;

As variáveis do modelo são definidas por:

W_k : largura da k -ésima faixa (de baixo para cima) no padrão de corte $k = 1, \dots, Q$;

L_h : comprimento da h -ésima faixa (da esquerda para direita) no padrão de corte $h = 1, \dots, P$;

$x_{ihk} = \begin{cases} 1, & \text{se o item tipo } i \text{ é colocado no retângulo } L_h \times W_k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

$i = 1, \dots, m, h = 1, \dots, P, k = 1, \dots, Q$.

O modelo matemático para gerar padrões de corte 1-grupo não-exato restrito é definido por (6)-(16).

$$\max Z_S = \sum_{i=1}^m \sum_{h=1}^P \sum_{k=1}^Q v_i x_{ihk} \tag{6}$$

Sujeito a:

$$\sum_{h=1}^P L_h \leq L \tag{7}$$

$$\sum_{k=1}^Q W_k \leq W \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ihk} \leq 1, \forall h = 1, \dots, P, k = 1, \dots, Q \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^m \ell_i x_{ihk} \leq L_h, \forall h = 1, \dots, P, k = 1, \dots, Q \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^m \omega_i x_{ihk} \leq W_k, \forall h = 1, \dots, P, k = 1, \dots, Q \quad (11)$$

$$\sum_{h=1}^P \sum_{k=1}^Q x_{ihk} \leq b_i, \forall i = 1, \dots, m \quad (12)$$

$$L_h \geq L_{h+1}, j = 1, \dots, P \quad (13)$$

$$W_k \geq W_{k+1}, k = 1, \dots, Q \quad (14)$$

$$L_h, W_k \geq 0, \forall h = 1, \dots, P, k = 1, \dots, Q \quad (15)$$

$$x_{ihk} \in \{0,1\}, \forall i = 1, \dots, m, h = 1, \dots, P, k = 1, \dots, Q \quad (16)$$

A função objetivo (6) maximiza o valor dos itens incluídos no padrão de corte. As restrições (7) e (8) garantem que não sejam escolhidas faixas cujo comprimento e largura, respectivamente, excedam os limites do objeto. As restrições (9) garantem que em um retângulo de dimensões $l_h \times w_k$ seja alocado no máximo 1 item. As restrições (10) e (11) não permitem que os itens alocados nas faixas horizontais ou verticais excedam as dimensões da própria faixa. As restrições (12) referem-se à quantidade máxima permitida para a produção de cada item e as restrições (13) e (14) eliminam simetrias no modelo. As restrições (15) e (16) referem-se ao domínio das variáveis. Note que as variáveis L_h e W_k não precisam ser inteiras.

O modelo (6)-(16) pode ser facilmente estendido para gerar padrões de corte irrestritos, ou seja, sem uma quantidade limite para a produção de cada item, basta retirar a restrição (12). Um padrão de corte é dito restrito quando há uma limitação dos itens a serem produzidos de acordo com suas demandas, caso contrário é dito irrestrito. Também pode ser usado quando a rotação de itens é permitida.

3.3 O Modelo Matemático de Yanasse e Morabito (2013)

O modelo matemático para a geração de padrões de corte guilhotinados em dois estágios proposto em Yanasse e Morabito (2013) é uma extensão do modelo (6)-(16) proposto em

Scheithauer (2002) de forma a permitir a modelagem de padrões dois estágios. A diferença básica entre os dois modelos está na definição das variáveis x_{ihk} , sendo que, no modelo (6)-(16) tal variável foi definida no retângulo $L_h \times W_k$, e no modelo a ser apresentado nesta seção será definida na faixa k .

Considere os parâmetros e variáveis definidos nas Seções 3.1 e 3.2 e as seguintes variáveis:

$$x_{ihk} = \begin{cases} 1, & \text{se o item tipo } i \text{ é colocado na } h - \text{ésima posição da faixa } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$i = 1, \dots, m, h = 1, \dots, P, k = 1, \dots, Q.$$

O modelo para gerar um padrão de corte guilhotinado 2-estágios, não-exato e restrito é dado (17)-(25).

$$\max Z_{YM} = \sum_{i=1}^m \sum_{h=1}^P \sum_{k=1}^Q v_i x_{ihk} \quad (17)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^Q W_k \leq W \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ihk} \leq 1, \forall h = 1, \dots, P, k = 1, \dots, Q \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{h=1}^P \ell_i x_{ihk} \leq L, k = 1, \dots, Q \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^m w_i x_{ihk} \leq W_k, \forall h = 1, \dots, P, k = 1, \dots, Q \quad (21)$$

$$\sum_{h=1}^P \sum_{k=1}^Q x_{ihk} \leq b_i, \forall i = 1, \dots, m \quad (22)$$

$$W_k \geq W_{k+1}, k = 1, \dots, Q \quad (23)$$

$$W_k \geq 0, k = 1, \dots, Q \quad (24)$$

$$x_{ihk} \in \{0,1\}, i = 1, \dots, m, h = 1, \dots, P, k = 1, \dots, Q \quad (25)$$

A função objetivo (17) maximiza o valor dos itens incluídos no padrão de corte. A restrição (18) garante que a largura total das faixas escolhidas não exceda a largura do objeto. As restrições (19) garantem que na j -ésima posição da faixa k seja alocado no máximo 1 item,

ou seja, não haverá sobreposição de itens. As restrições (20) e (21) não permitem que os itens alocados nas faixas horizontais ou verticais, respectivamente, excedam as dimensões da própria faixa. As restrições (22) referem-se à quantidade máxima permitida para a produção de cada item e as restrições (23) eliminam simetrias no modelo, ou seja, eliminam padrões de corte equivalentes com disposições dos itens sobre o objeto de modo distinto, reduzindo assim o espaço de busca. As restrições (24) e (25) referem-se ao domínio das variáveis.

Com relação à permissão para produção de itens rotacionados, não há limitação que impeça a utilização deste modelo. Note também que este modelo é facilmente estendido para o caso irrestrito, ou seja, quando não há limitação para a produção dos itens, bastando apenas retirar a restrição (22).

3.4 Comparação dos Números de Restrições e Variáveis dos Métodos Usados para a Geração de Colunas

Para realizar uma comparação entre a quantidade de restrições e variáveis dos métodos descritos em 3.1, 3.2 e 3.3 faz-se necessário as seguintes definições:

$n(\Omega_k)$: Número de elementos presentes nos conjuntos Ω_k , $k = 1 \dots m$, definidos em 3.1

$nr(SCH)$: Quantidade de restrições do modelo descrito em 3.2

$nr(Y\&M)$: Quantidade de restrições do modelo descrito em 3.3

$nv(SCH)$: Quantidade de variáveis do modelo descrito em 3.2

$nv(Y\&M)$: Quantidade de variáveis do modelo descrito em 3.3.

A geração de colunas pelo método de Gilmore e Gomory descrita na Seção 3.1 envolve a solução de $m + 1$ problemas de mochila. Cada problema da mochila possui uma única restrição e o número de variáveis em cada um dos m primeiros problemas é $n(\Omega_k)$, $k = 1 \dots m$, e do $(m + 1)$ -ésimo é m . No entanto, os m primeiros problemas podem ser resolvidos de forma simultânea através de um procedimento de programação dinâmica. Assim a dificuldade de aplicação do Método de Gilmore e Gomory está associada à dificuldade de solução do problema da mochila (métodos de solução para o problema da mochila podem ser obtidos em, por exemplo, Martello e Toth (1990)). A análise a seguir se refere apenas aos modelos matemáticos descritos nas seções 3.2 e 3.3.

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

- **Análise da quantidade de restrições dos 2 modelos usados para a geração de colunas**

Uma análise detalhada acerca dos modelos descritos em 3.2 e 3.3 nos leva às seguintes expressões:

$$nr(SCH) = 2 + 3PQ + m + P + Q$$

$$nr(Y\&M) = 1 + 2PQ + m + 2Q$$

Utilizando manipulações algébricas simples entre as equações descritas anteriormente e sabendo que $P > 1$ é possível concluir que:

$$nr(Y\&M) < nr(SCH)$$

- **Análise da quantidade de variáveis dos 2 modelos usados para a geração de colunas**

Para definir as quantidades de variáveis que compõem cada um dos modelos descritos em 3.2 e 3.3 é necessário realizar uma divisão entre: variáveis binárias, contínuas e inteiras.

A respeito das variáveis binárias os métodos descritos em 3.2 e 3.3 apresentam a mesma quantidade, representada por:

$$m.P.Q$$

Com relação às variáveis contínuas, estão presentes apenas nos métodos descritos em 3.2 e 3.3 com as seguintes quantidades:

Método descrito em 3.2: $P + Q$

Método descrito em 3.3: Q

Assim sendo, é possível concluir que a quantidade total de variáveis em cada um dos métodos é dada por:

$$nv(SCH) = m.P.Q + P + Q$$

$$nv(Y\&M) = m.P.Q + Q$$

Pode-se notar facilmente que $nv(Y\&M) < nv(SCH)$. Note que $nv(SCH)$ e $nv(Y\&M)$ dependem fortemente das características dos itens que compõem o problema, uma vez que P e Q são definidos baseados nas dimensões mínimas de cada item.

4. Experimentos Computacionais

Para a realização dos testes computacionais foi utilizado um computador com processador Intel Core i5, com 2,60 GHz e 8,00 GB de memória RAM, sob a plataforma Windows 8.1, em sua versão de 64 bits. O método de geração de colunas, as estratégias para solução do subproblema (4)-(5) e os modelos de otimização envolvidos foram codificados na linguagem C++, compilados usando o Visual C++ 2008 Express Edition, utilizando a tecnologia Concert e a biblioteca de subrotinas do *solver* CPLEX versão 12.1 (IBM, 2009).

4.1 Descrição dos Exemplos

Para elaboração dos resultados computacionais, foram utilizados dados da produção da F. móveis coletados entre os dias 14/05/2015 e 19/05/2015. Para a produção dos móveis nesse período, foram utilizados 6 tipos de placas de madeira (objetos) diferentes, sendo eles: Aglomerado 12mm, MDF 12mm, Aglomerado 15mm, MDF 15mm, MDF 22mm e MDF 3mm, todos com a mesma dimensão $(L, W) = (2750, 1830)$. Em virtude da utilização de diferentes objetos em um único produto, faz-se necessário a solução de um PCE bidimensional para cada tipo e espessura de madeira utilizada. A Tabela 1, a seguir, exhibe os produtos analisados e os tipos de madeiras que compõem cada um deles, com suas respectivas espessuras. Ainda na Tabela 1, m representa a quantidade de itens diferentes que compõe o produto e l_{min} e w_{min} representam, respectivamente, o comprimento e largura mínima entre tais itens. A descrição detalhada da composição de cada um dos produtos descritos (quantidade e dimensão dos itens associados) é feita em Rocha (2015).

Com base no processo de decisão realizado na empresa, foram considerados dois conjuntos de dados reais. A Tabela 2 a seguir ilustra a quantidade a ser produzida de cada produto em cada conjunto de dados.

Conforme descrito na Seção 3, é permitida a produção de itens excedentes e a rotação de itens. Apenas padrões de corte guilhotinados em 2-estágios são admitidos, podendo ser 1-grupo ou não. Além disso, é permitida a utilização de padrões de corte não-exatos, sendo os cortes extras (aparas), quando necessários, executados em máquinas secundárias, diferentes das duas utilizadas para os cortes do primeiro estágio e do segundo.

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Tabela 1: Descrição dos móveis de acordo com sua composição.

Código	Descrição do produto	Tipo de madeira	Espessuras (mm)	m	l_{min}	w_{min}
MCH	Mesa de computador H.	MDF	3	1	535	2
		MDF	12	3	337	615
		Aglomerado	12	2	592	30
MCB	Mesa de computador B.	MDF	3	2	302	194
		Aglomerado	12	6	180	97
		MDF	15	1	915	388
		Aglomerado	15	2	250	130
MCL	Mesa de computador L.	MDF	3	3	302	194
		MDF	12	1	295	100
		Aglomerado	12	8	177	97
		MDF	15	1	915	388
PAI	Painel	MDF	15	2	60	320
		Aglomerado	15	4	290	60
SCM	Sofá cama	MDF	15	2	910	546
		MDF	22	1	1900	109
CSFA	Cama de solteiro F. com auxiliar	MDF	3	1	350	498
		MDF	12	1	545	145
		Aglomerado	12	2	477	96
		MDF	15	6	530	82
		Aglomerado	15	1	887	100
FRTC	Fruteira C.	MDF	3	2	290	261
		MDF	12	3	167	296
		Aglomerado	12	5	125	108
FRTT	Fruteira T.	MDF	3	2	300	175
		MDF	12	5	296	296
		Aglomerado	12	5	360	299
ORGP	Organizador prático	MDF	3	1	1850	405
		MDF	12	1	450	390
		Aglomerado	12	2	386	300
		Aglomerado	15	1	1820	398
ORGS	Organizador Super	MDF	3	1	1850	300
		Aglomerado	12	1	588	317
		MDF	15	1	660	364
		Aglomerado	15	2	1820	299

Tabela 2: Tamanho dos lotes de produção.

Conjunto de dados 1

Produto	Quantidade a ser produzida
MCH	180
PAI	135
SCM	30
CSFA	55
FRTT	20

Conjunto de dados 2

Produto	Quantidade a ser produzida
MCB	120
MCL	30
PAI	180
FRTC	60
FRTT	60
ORGP	60
ORGS	60

4.2 Resultados e Análise do Estudo Computacional

Nesta seção serão apresentados os resultados computacionais obtidos para a solução dos PCE bidimensionais utilizando o método Simplex com 3 métodos distintos de geração de padrões de corte (colunas), conforme descrito na Seção 3. A análise considera o corte com e sem a rotação de itens. Não há limitação de tempo para a solução do problema mestre relaxado, havendo limitação apenas no processo de solução do subproblema usado para gerar colunas (limite de 30 segundos para a solução do subproblema (4)-(5)). Este tempo foi determinado através de testes preliminares cujos resultados mostraram que não há diferenças significativas no padrão de corte encontrado nos casos com e sem limitação no tempo. Além disso, quando não limitamos o tempo, a execução do código foi interrompida, em vários exemplares, por falta de memória.

Nas Tabelas 3 a 8, há uma linha para cada PCE resolvido (representado por produto e tipo de objeto) e as colunas são denominadas de acordo com:

- *Nº pad* - número de padrões de corte distintos necessários para a obtenção de todos os itens demandados;
- *Nº obj* - número total de objetos (placas de madeira) cortados para a produção total desejada;
- *Perda (%)* - perda total de matéria-prima obtida com o corte dos itens Demandados. A perda é calculada por $Perda (\%) = 100(1 - \text{área produzida} / \text{área utilizada})$, em que a área utilizada refere-se à soma das áreas de todos os objetos utilizados e a área produzida corresponde à soma das áreas de todos os itens que serão produzidos;
- *IE* - número total de itens excedentes gerados pelo processo de corte em cada uma das situações;
- *Nº it* - número de iterações realizadas do processo de geração de colunas;
- *Tempo* - tempo total de processamento para a solução completa do problema, sendo este fornecido em milissegundos (ms).

Nas tabelas 9 a 13, as linhas representam o tipo de objeto.

4.2.1 Análise de Acordo com a Abordagem de Independência de Produção

Inicialmente serão analisados os itens cortados produto a produto (*independência de produção*), ou seja, o corte é focado em um único produto e considera-se o corte conjunto de itens que possuem o mesmo tipo de matéria prima. Quando todos os itens necessários para a

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

produção de determinado produto são cortados, inicia-se o corte focado em outro produto. Esta mecânica de corte é vantajosa devido à produção por completo de um lote do produto, sendo que a partir do momento em que se inicia a produção de determinado produto, esta será finalizada com o produto totalmente embalado, sem que haja necessidade de armazenamento de parte do produto, aguardando itens restantes para que seja possível embalar e despachar o mesmo.

As Tabelas 3, 5 e 7 referem-se aos resultados obtidos para o primeiro conjunto de dados. Já as Tabelas 4, 6 e 8 são relativas ao segundo conjunto de dados, todas utilizando a abordagem de independência de produção.

Tabela 3: Método Gilmore e Gomory (Seção 3.1) com independência de produção - Conjunto de dados 1.

Produto	Tipo de objeto	Sem rotação						Com rotação					
		Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)	Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)
MCH	MDF 3mm	1	6	9,61	48	1	28	1	5	4,29	0	2	71
	MDF 12mm	3	54	24,06	12	3	127	3	45	6,87	26	5	332
	Aglo. 12mm	2	9	13,23	16	3	105	2	8	1,50	62	4	173
PAI	MDF 15mm	2	5	4,25	141	1	47	2	5	2,16	150	3	156
	Aglo. 15mm	3	64	4,04	117	4	222	4	61	1,34	7	4	370
SCM	MDF 15mm	2	18	23,90	3	2	62	2	17	20,82	1	3	78
	MDF 22mm	1	2	31,26	2	1	31	1	2	31,26	2	1	31
CSFA	MDF 3mm	1	6	27,15	16	1	16	1	5	13,27	15	2	63
	MDF 12mm	1	2	2,08	10	1	31	1	2	2,08	10	1	31
	Aglo. 12mm	1	4	1,50	174	3	78	2	3	1,49	38	3	125
	MDF 15mm	6	31	7,94	32	10	656	6	31	6,34	34	12	954
	Aglo. 15mm	1	5	5,51	35	1	15	1	5	3,66	40	2	63
FRTT	MDF 3mm	1	3	6,46	18	2	72	1	3	6,46	18	2	72
	MDF 12mm	2	6	4,02	20	4	140	4	7	2,30	56	8	630
	Aglo. 12mm	2	6	8,55	11	3	170	4	6	4,66	17	4	382
Total		29	221	11,57	655	40	1800	35	205	7,23	476	56	3531

As Tabelas 3 e 4 mostram os resultados utilizando o método de geração de colunas proposto por Gilmore e Gomory (1965). Pode-se observar que em 82,93% dos casos, a perda de matéria-prima com a de rotação de itens é menor, quando comparada à solução sem a rotação de itens. Já em 17,07% a perda de material é igual em ambos casos. Ou seja, a permissão de rotação sempre gerou perdas de matéria-prima menores, salvo os casos em que os itens não podem ser rotacionados devido às suas dimensões. Quando se analisa a quantidade total de objetos necessários para a obtenção de todos os itens, a relação observada para a perda de material considerando a rotação ou não de itens não é exatamente a mesma.

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Em 46,34% dos casos a quantidade de objetos utilizados permitindo-se a rotação de itens é menor do que os casos em que não se permite a rotação. Já 43,90% possuem as mesmas quantidades de objetos e em 9,76% a permissão de rotação de itens ocasiona um aumento de objetos utilizados. Este último caso, justifica-se quando considerando a quantidade de itens excedentes produzidos. Por exemplo, analisando a produção de itens provenientes do MDF 12mm das Fruteiras C. (FRTC) no conjunto de dados 2, pode-se observar que quando há rotação de itens, são necessários 11 objetos e quando a rotação não é permitida, são necessários apenas 10. No entanto, a produção de itens excedentes no caso com rotação (36) é superior ao caso sem rotação (8), o que resulta em uma perda de matéria prima menor para o caso com rotação (2,89%), uma vez que a matéria prima está sendo aproveitada para a produção de itens excedentes.

Tabela 4: Método Gilmore e Gomory (Seção 3.1) com independência de produção – Conjunto de dados 2.

Produto	Tipo de objeto	Sem rotação						Com rotação					
		Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)	Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)
FRTC	MDF 3mm	2	6	8,18	84	1	31	2	5	3,80	42	3	125
	MDF 12mm	2	10	3,63	8	3	109	3	11	2,89	36	3	187
	Aglo. 12mm	5	15	4,64	232	5	281	5	14	1,13	115	11	797
FRTT	MDF 3mm	2	8	7,20	42	2	78	2	7	6,33	8	4	188
	MDF 12mm	2	15	4,02	0	4	156	4	16	2,71	29	8	719
	Aglo. 12mm	2	18	8,55	33	3	172	4	17	4,77	31	4	343
MCB	MDF 3mm	2	4	10,73	3	2	62	2	5	6,37	77	3	140
	Aglo. 12mm	6	13	0,76	98	16	98	5	13	0,66	104	21	1844
	MDF 15mm	1	15	42,78	0	1	31	1	11	21,32	1	2	47
	Aglo. 15mm	2	30	32,26	20	2	62	1	26	9,70	456	2	93
MCL	MDF 3mm	3	3	7,73	68	6	250	3	3	3,27	69	5	328
	MDF 12mm	1	1	4,66	123	1	31	1	1	1,55	128	2	63
	Aglo. 12mm	5	5	1,05	107	23	1672	5	5	0,57	92	22	2641
	MDF 15mm	1	4	42,78	2	1	31	1	3	21,32	3	2	63
	Aglo. 15mm	2	8	17,67	16	5	235	3	8	8,17	45	7	594
ORGP	MDF 3mm	1	15	39,82	0	1	31	1	15	39,82	0	1	31
	MDF 12mm	1	5	14,67	0	1	31	1	5	14,67	0	1	31
	Aglo. 12mm	1	24	13,79	0	2	62	2	24	7,71	36	2	94
	Aglo. 15mm	1	15	41,80	0	1	16	1	10	12,71	0	2	62
ORGS	MDF 3mm	1	20	32,85	0	1	31	1	20	32,85	0	1	47
	Aglo. 12mm	1	13	9,35	12	1	32	1	13	9,35	12	1	47
	MDF 15mm	1	8	22,33	8	1	31	1	7	7,77	13	2	63
	Aglo. 15mm	2	44	37,89	0	1	47	2	29	3,50	6	3	109
PAI	MDF 15mm	2	6	3,92	90	1	47	2	6	2,17	99	3	140
	Aglo. 15mm	4	84	4,01	56	4	276	4	81	1,34	12	4	438
Total		53	389	16,68	1002	89	3903	58	355	9,06	1414	119	9234

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

O tempo computacional e o número de iterações são naturalmente maiores quando é permitida a produção de itens com rotação, pois há um aumento na quantidade de itens a ser analisada pelo método. No entanto, independentemente da situação, os tempos computacionais são bastante satisfatórios. Por exemplo, considerando os resultados da Tabela 3 tem-se um tempo total de 18 segundos para revolver os 15 exemplares quando não há permissão de rotação de itens. Esse tempo aumenta para 35,31 segundos para resolver os mesmos 15 exemplares permitindo a rotação de itens. Com relação à quantidade de padrões de corte distintos, em 75,61% dos casos a quantidade de padrões de corte utilizados foi a mesma, comparando a permissão ou não a rotação de itens, e em 19,51% a quantidade de padrões de corte do caso com rotação é maior do que quando não há rotação.

As Tabelas 5 e 6 mostram os resultados obtidos para os conjuntos de dados 1 e 2, respectivamente, com a produção independente de itens utilizando o modelo proposto por Yanasse e Morabito (2013) para a geração de colunas. Em alguns casos pode-se observar que não foi possível encontrar uma solução para o problema em questão. O tamanho do modelo utilizado para a geração de colunas depende do número total de itens, do comprimento mínimo e da largura mínima dos itens. Quando é permitida a rotação de itens, há um aumento no número de variáveis, e pode ocasionar problemas durante a resolução em virtude da memória computacional da máquina usada para os testes. Por exemplo, considerando o Aglomerado de 12mm das Mesas de Computador H. (MCH), no caso em que não é permitida a rotação de itens o parâmetro $P = \left\lfloor \frac{L}{\ell_{min}} \right\rfloor$ (número máximo de faixas da esquerda para a direita no padrão) vale $P = \left\lfloor \frac{2750}{592} \right\rfloor = 4$. Já no caso em que é permitida a rotação de itens este parâmetro vale $P = \left\lfloor \frac{2750}{30} \right\rfloor = 91$ e isso faz com que a quantidade de variáveis do modelo aumente substancialmente. Para este exemplo, a quantidade de variáveis x_{ihk} passa de 728 (sem rotação) para 16.562 (com rotação). Como consequência os tempos computacionais considerando modelo proposto por Yanasse e Morabito (2013), que já são mais altos quando comparados aos de Gilmore e Gomory (1965), aumentam ainda mais quando considera-se a possibilidade de rotacionar os itens.

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Tabela 5: Método Yanasse e Morabito (Seção 3.3) com independência de produção - Conjunto de dados 1.

Produto	Tipo de objeto	Sem rotação						Com rotação					
		Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)	Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)
MCH	MDF 3mm	1	6	9,61	48	1	36	1	5	4,29	0	2	4512
	MDF 12mm	3	54	24,06	12	3	368	3	45	6,87	26	5	1416
	Aglo. 12mm	2	9	13,23	16	3	433	-*	-	-	-	-	-
PAI	MDF 15mm	2	5	4,25	141	1	141	2	5	2,14	177	3	91830
	Aglo. 15mm	3	64	4,04	117	4	36084	-	-	-	-	-	-
SCM	MDF 15mm	2	18	23,90	3	2	63	2	17	20,82	1	3	109
	MDF 22mm	1	2	31,26	2	1	31	1	2	31,26	2	1	31
CSFA	MDF 3mm	1	6	27,15	16	1	31	1	5	13,27	15	2	125
	MDF 12mm	1	2	2,08	10	1	47	1	2	2,08	10	1	296
	Aglo. 12mm	1	4	1,50	174	3	2234	2	4	2,18	158	3	90443
	MDF 15mm	6	31	7,85	28	10	7469	6	31	6,34	34	12	118465
	Aglo. 15mm	1	5	5,51	35	1	31	1	5	3,66	40	2	4392
FRTT	MDF 3mm	1	3	6,46	18	2	126	1	3	6,46	18	4	1008
	MDF 12mm	2	6	4,02	20	4	1080	4	7	2,63	45	6	5987
	Aglo. 12mm	2	6	8,55	11	3	262	4	6	4,66	17	4	35946
Total		29	221	11,56	651	40	48436	29	17	8,20	543	48	354560

* (-) referem-se à não obtenção de solução pelo método utilizado, sendo a memória insuficiente o principal motivo.

Os resultados apresentados nas Tabelas 7 e 8 referem-se aos conjuntos de dados 1 e 2, respectivamente, utilizando o modelo proposto por Scheithauer (2002) para a geração de colunas. As conclusões sobre a permissão ou não da rotação de itens são similares àquelas para o modelo de Gilmore e Gomory (1965) e, assim como ocorreu no modelo de Yanasse e Morabito (2013), em alguns casos não foi possível encontrar uma solução factível e os tempos computacionais são altos quanto comparados àqueles obtidos pelo modelo de Gilmore e Gomory (1965).

De maneira geral, considerando a independência de produção e a permissão de rotação de itens, foram necessários 205 e 355 objetos para a produção total nos conjuntos de dados 1 e 2, respectivamente, segundo o modelo com geração de colunas de acordo com Gilmore e Gomory (1965). Para que fosse possível a comparação destas quantidades com os resultados obtidos através da geração de colunas utilizando Yanasse e Morabito (2013) e Scheithauer (2002) foi necessário completar a produção com alguns objetos desconsiderando a rotação de itens, uma vez que não foi possível encontrar uma solução para todos os casos com permissão de itens rotacionados nestes dois modelos, como é o caso do corte do Aglomerado 12mm durante a produção das Mesas de Computador H. (MCH).

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Tabela 6: Método Yanasse e Morabito (Seção 3.3) com independência de produção – Conjunto de dados 2.

Produto	Tipo de objeto	Sem rotação						Com rotação					
		Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)	Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)
FRTC	MDF 3mm	2	6	8,18	84	1	31	2	5	3,80	42	3	32050
	MDF 12mm	2	10	3,63	8	3	4480	3	11	2,89	36	3	33812
	Aglo. 12mm	5	14	4,86	102	5	129963	5	14	1,13	109	9	273820
FRTT	MDF 3mm	2	8	7,20	42	2	110	2	7	6,33	8	4	1000
	MDF 12mm	2	15	4,02	0	4	1406	4	16	2,71	29	8	641
	Aglo. 12mm	2	18	8,55	33	3	281	4	17	4,77	31	4	35581
MCB	MDF 3mm	2	4	10,73	3	2	1672	2	5	6,37	77	3	18270
	Aglo. 12mm	6	13	0,79	66	13	366089	-	-	-	-	-	-
	MDF 15mm	1	15	42,78	0	1	16	1	11	21,32	1	2	62
	Aglo. 15mm	2	30	32,26	20	2	328	1	26	9,70	456	2	2969
MCL	MDF 3mm	3	3	7,73	68	6	12819	3	3	2,27	69	5	89624
	MDF 12mm	1	1	4,66	123	1	31	1	1	1,55	128	2	4594
	Aglo. 12mm	5	6	1,40	156	14	422340	-	-	-	-	-	-
	MDF 15mm	1	4	42,78	2	1	15	1	3	21,32	3	2	78
	Aglo. 15mm	2	8	17,67	16	5	3782	3	8	8,17	45	7	95607
ORGP	MDF 3mm	1	15	39,82	0	1	31	1	15	39,82	0	1	31
	MDF 12mm	1	5	14,67	0	1	31	1	5	14,67	0	1	31
	Aglo. 12mm	1	24	13,79	0	2	78	2	24	7,71	36	2	234
	Aglo. 15mm	1	15	41,80	0	1	31	1	10	12,71	0	2	78
ORGS	MDF 3mm	1	20	32,85	0	1	15	1	20	32,85	0	1	32
	Aglo. 12mm	1	13	9,35	12	1	31	1	13	9,35	12	1	79
	MDF 15mm	1	8	22,33	8	1	31	1	7	7,77	13	2	78
	Aglo. 15mm	2	44	37,89	0	1	32	2	29	3,50	6	3	172
PAI	MDF 15mm	2	6	3,92	90	1	156	2	6	2,16	126	3	91743
	Aglo. 15mm	4	84	4,01	56	4	35791	-	-	-	-	-	-
Total		53	389	16,71	889	77	979590	44	256	10,13	1227	70	680586

Desta forma, quando não foi possível encontrar uma solução, considerou-se a solução encontrada para o caso em que não houve permissão de rotação de itens, o que possibilita a comparação com a produção completa de acordo com os diferentes métodos de geração de colunas. Assim sendo, foram necessários 210 e 359 objetos para a produção nos conjuntos de dados 1 e 2, respectivamente, utilizando a geração de colunas de acordo com Yanasse e Morabito (2013). Já para o caso onde utilizou-se a geração de colunas de acordo com Scheithauer (2002), a quantidade de objetos necessária para a produção total foi de 216 e 372 nos conjuntos de dados 1 e 2, respectivamente.

Além da vantagem obtida na quantidade de objetos pela geração de colunas com o método de Gilmore e Gomory (1965), o tempo computacional necessário para obtenção da solução utilizando este método de geração de colunas é amplamente menor, quando comparado aos demais.

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Tabela 7: Método Scheithauer (Seção 3.2) com independência de produção - Conjunto de dados 1.

Produto	Tipo de objeto	Sem rotação						Com rotação					
		Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)	Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)
MCH	MDF 3mm	1	6	9,61	48	1	32	1	6	9,61	48	1	654
	MDF 12mm	3	54	24,06	12	3	149	3	49	15,70	16	5	1765
	Aglo. 12mm	2	9	13,23	16	3	540	-	-	-	-	-	-
PAI	MDF 15mm	2	5	4,25	141	1	1578	2	5	3,08	155	2	61201
	Aglo. 15mm	4	64	4,25	101	1	3822	-	-	-	-	-	-
SCM	MDF 15mm	2	20	33,29	0	1	47	2	18	23,24	4	2	63
	MDF 22mm	1	2	31,26	2	1	31	1	2	31,26	2	1	31
CSFA	MDF 3mm	1	6	27,15	16	1	32	1	5	13,27	15	2	78
	MDF 12mm	1	2	2,08	10	1	31	1	2	2,08	10	1	265
	Aglo. 12mm	1	4	1,50	174	3	438	1	4	1,50	174	3	30746
	MDF 15mm	6	32	8,08	56	8	4532	6	31	7,85	24	10	23622
	Aglo. 15mm	1	5	5,51	35	1	31	1	5	3,66	40	2	891
FRTT	MDF 3mm	2	4	21,08	34	1	90	2	4	11,23	52	2	878
	MDF 12mm	3	6	9,41	12	4	262	4	6	5,13	20	5	3648
	Aglo. 12mm	4	6	11,79	7	1	109	4	6	4,66	17	4	2726
Total		34	225	13,77	664	31	11724	29	143	10,17	527	40	126568

Tabela 8: Método Scheithauer (Seção 3.2) com independência de produção - Conjunto de dados 2.

Produto	Tipo de objeto	Sem rotação						Com rotação					
		Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)	Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)
FRTC	MDF 3mm	2	6	8,18	84	1	47	2	5	3,80	42	3	1032
	MDF 12mm	3	11	5,54	48	2	203	2	11	3,52	56	3	13846
	Aglo. 12mm	5	15	6,26	194	1	12876	5	16	3,07	314	4	121712
FRTT	MDF 3mm	2	9	21,41	26	1	94	2	8	11,04	28	2	887
	MDF 12mm	3	17	9,01	24	4	234	4	16	5,44	17	5	3828
	Aglo. 12mm	4	18	11,79	21	1	109	4	17	4,77	31	4	2704
MCB	MDF 3mm	2	5	12,44	57	1	281	2	5	11,41	60	2	9763
	Aglo. 12mm	6	15	4,13	263	5	127455	6	16	6,52	388	3	92294
	MDF 15mm	1	15	42,78	0	1	31	1	15	42,78	0	1	47
	Aglo. 15mm	2	30	32,58	6	2	985	1	26	13,79	300	2	2969
MCL	MDF 3mm	3	3	12,58	63	1	6376	3	3	12,01	64	2	60460
	MDF 12mm	1	1	4,66	123	1	47	1	1	2,79	126	2	3266
	Aglo. 12mm	7	8	4,76	416	5	150850	7	7	6,58	342	3	93885
	MDF 15mm	1	4	42,78	2	1	31	1	4	42,78	2	1	63
	Aglo. 15mm	4	9	19,77	44	8	14248	2	8	9,13	69	3	28705
ORGP	MDF 3mm	1	15	39,82	0	1	32	1	15	39,82	0	1	31
	MDF 12mm	1	5	14,67	0	1	31	1	5	14,67	0	1	31
	Aglo. 12mm	1	24	13,79	0	2	93	2	24	7,71	36	2	156
	Aglo. 15mm	1	15	41,80	0	1	31	1	10	12,71	0	2	63
ORGS	MDF 3mm	1	20	32,85	0	1	32	1	20	32,85	0	1	31
	Aglo. 12mm	1	13	9,35	12	1	31	1	13	9,35	12	1	62
	MDF 15mm	1	8	22,33	8	1	31	1	8	22,33	8	1	46
	Aglo. 15mm	2	44	37,89	0	1	31	2	29	3,50	6	3	140
PAI	MDF 15mm	2	6	3,92	90	1	1593	2	6	2,94	104	2	61163
	Aglo. 15mm	4	84	4,22	88	1	3883	-	-	-	-	-	-
Total		61	400	18,37	1569	46	319655	55	288	13,55	2005	54	497184

4.2.2 *Análise de Acordo com a Abordagem de Produção Conjunta*

Nesta seção é realizado um estudo considerando a produção conjunta de itens para os diferentes tipos de matéria prima considerados neste trabalho. Diferente do caso anterior, em que se tinha a independência de produção, no caso de produção conjunta dos itens, o fato dos itens que compõem cada produto serem cortados aos poucos pode gerar um acúmulo grande de itens no estoque da fábrica, impedindo a liberação de parte da produção, o que pode atrasar o envio e conseqüentemente a entrega do produto ao cliente final. Porém, este é um problema que pode ser administrado com algumas alterações na logística do processo, o que foge do escopo deste trabalho.

As Tabelas 9, 11 e 12 ilustram os resultados obtidos para o conjunto de dados 1, com cada um dos modelos para geração de colunas. Observe que, por simplicidade apresentamos os tipos de objetos de forma agregada, ou seja, sem a separação por produtos. Para o conjunto de dados 2, não são apresentadas as tabelas referentes aos modelos de Yanasse e Morabito (2013) e de Scheithauer (2002) dada a grande quantidade de exemplos em que não foi possível encontrar uma solução factível para o PCE. A Tabela 10 apresenta os resultados para o conjunto de dados 2, utilizando o modelo de Gilmore e Gomory (1965).

A solução do PCE bidimensional usando da geração de colunas com Gilmore e Gomory (1965) (ver Tabelas 9 e 10) se mostrou eficiente tendo encontrado uma solução em todos os exemplares testados, mesmo para os casos de produção conjunta, em que aumenta-se consideravelmente a quantidade de itens do problema. Por exemplo, considerando o conjunto de dados 1 e o Aglomerado 12mm, quando utilizamos a produção conjunta temos a possibilidade de combinar 9 itens diferentes relativos aos produtos (MCH, CSFA, FRIT) enquanto na produção independente do produto MCH, por exemplo, temos apenas 2 itens diferentes. A exemplo do que ocorreu com a produção independente de itens, o caso em que se permite a rotação de itens gerou perdas de matéria prima inferiores na maioria dos testes, assim como uma menor quantidade de objetos utilizados para a produção total dos itens. Considerando esta abordagem de solução, ou seja, a produção conjunta de itens com o processo de geração de colunas de acordo com Gilmore e Gomory (1965) e permitindo a produção de itens rotacionados, foram necessários 193 e 317 objetos para produção total dos itens demandados para os dados 1 e 2, respectivamente. Dessa forma, ao comparar estas quantidades com suas correspondentes utilizando a abordagem com produção independente, tem-se uma redução de 7,21% (de 208 para 193) na quantidade de objetos utilizados nos dados 1, e uma redução de 10,70% (de 355 para 317) nesta quantidade para os dados 2. Assim

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

sendo, a utilização da produção conjunta de itens se torna mais atrativa em comparação à produção independente porque reduz o custo monetário do processo de corte da fábrica, uma vez que necessita de uma menor quantidade de placas de madeira.

Não foi possível realizar a mesma análise feita anteriormente para os casos em que utilizou-se a geração de colunas de acordo com Yanasse e Morabito (2013) e Scheithauer (2002) (Tabelas 11 e 12). Isto se deve ao fato de que, mesmo desconsiderando a rotação de itens, não foi possível obter uma solução para o corte do MDF 15mm, para os dados 1, por exemplo. Dessa forma, não é possível contabilizar a quantidade de objetos necessários para a produção total dos itens demandados utilizando estes métodos de geração de colunas com a produção conjunta de itens e conseqüentemente não há uma comparação.

Tabela 9: Método Gilmore e Gomory (Seção 3.1) com produção conjunta - Conjunto de dados 1.

Tipo de objeto	Sem rotação						Com rotação					
	Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)	Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)
MDF 3mm	4	13	7,53	48	6	364	4	12	4,90	38	10	934
MDF 12mm	7	54	8,92	105	15	967	7	49	2,20	32	18	2480
Aglo. 12mm	7	19	7,48	172	13	963	6	16	1,04	36	19	2136
MDF 15mm	9	51	7,77	86	16	1719	10	49	6,87	62	23	3766
Aglo. 15mm	5	67	3,69	31	6	415	5	65	0,92	47	10	1138
MDF 22mm	1	2	31,26	2	1	31	1	2	31,26	2	1	31
Total	33	206	11,11	444	57	4459	33	193	7,86	217	81	10485

Tabela 10: Método Gilmore e Gomory (Seção 3.1) com produção conjunta – Conjunto de dados 2.

Tipo de objeto	Sem rotação						Com rotação					
	Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)	Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)
MDF 3mm	9	44	9,94	52	14	1274	8	41	4,17	34	26	4040
MDF 12mm	4	30	3,79	68	9	458	7	29	1,21	17	16	1943
Aglo. 12mm	18	80	3,28	99	60	12655	18	78	1,38	112	66	21385
MDF 15mm	3	27	15,81	114	3	179	4	23	2,13	62	12	982
Aglo. 15mm	11	157	8,62	42	24	2864	11	146	1,60	40	24	4866
Total	45	338	8,29	375	110	17430	48	317	2,10	265	144	33216

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Tabela 11: Método Yanasse e Morabito (Seção 3.3) com produção conjunta - Conjunto de dados 1.

Tipo de objeto	Sem rotação						Com rotação					
	Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)	Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)
MDF 3mm	4	13	7,531	48	6	10389	4	12	4,90	38	10	123182
MDF 12mm	6	54	9,11	88	11	8766	7	49	2,16	32	16	144228
Aglo. 12mm	7	18	7,70	81	10	302743	-	-	-	-	-	-
MDF 15mm	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Aglo. 15mm	5	67	3,69	31	7	185975	-	-	-	-	-	-
MDF 22mm	1	2	31,26	2	1	31	1	2	31,26	2	1	31
Total	23	154	11,86	250	35	507094	12	63	12,77	72	27	267441

Tabela 12: Método Scheithauer (Seção 3.2) com produção conjunta - Conjunto de dados 1.

Tipo de objeto	Sem rotação						Com rotação					
	Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)	Nº pad	Nº obj	Perda (%)	IE	Nº it	Tempo (ms)
MDF 3mm	4	14	16,72	36	4	3812	3	13	9,14	52	5	33319
MDF 12mm	8	61	19,95	40	8	8702	7	55	9,69	54	10	64703
Aglo. 12mm	8	19	8,03	288	7	154896	-	-	-	-	-	-
MDF 15mm	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Aglo. 15mm	5	69	4,34	136	1	4152	-	-	-	-	-	-
MDF 22mm	1	2	31,26	2	1	31	1	2	31,26	2	1	31
Total	26	165	16,06	502	21	171593	11	70	16,70	108	16	98053

4.3 Comparação com os Resultados Obtidos na Prática da Fábrica

Com o objetivo de avaliar as soluções encontradas para o PCE bidimensional com os métodos computacionais abordados neste trabalho, foi realizado um estudo comparativo entre as soluções obtidas pela fábrica F. móveis e as encontradas ao longo deste trabalho. Como as maneiras com que se cortam as placas de madeira da F. móveis são decididas pelo próprio operador da máquina seccionadora, foi realizada uma reunião específica com este colaborador para que fosse possível a obtenção dos padrões de corte utilizados pelo mesmo. Para viabilizar tal estudo comparativo, foi utilizado o conjunto de dados 1.

A partir dos resultados apresentados na Seção 4.2, concluiu-se que a melhor abordagem, considerando a quantidade de objetos necessários, a perda de material e o tempo computacional, foi a solução do método Simplex com geração de colunas de acordo com método de Gilmore e Gomory (1965), utilizando a produção conjunta de itens e permitindo a

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

rotação dos mesmos. Dessa forma, todos os resultados apresentados nesta comparação são relativos à utilização desta abordagem computacional.

O operador também utiliza a abordagem de produção conjunta de itens durante a busca por sua solução. No entanto, como não utiliza nenhuma ferramenta computacional, não consegue considerar todos os possíveis itens de forma conjunta. Com base em sua experiência considera apenas a possibilidade de combinar alguns poucos itens na definição dos padrões de corte.

Em alguns casos, o operador utilizou apenas parte de uma placa de madeira para a obtenção parcial da demanda de determinado item, sendo a demanda total preenchida com itens que foram cortados a partir de objetos com dimensões reaproveitáveis e armazenados em outra ocasião pelo operador. Nestes casos, para que a comparação dos resultados fosse possível, criou-se um novo padrão de corte com todos os itens que foram gerados de forma reaproveitável pelo operador, respeitando as restrições necessárias em cada padrão de corte (guilhotinados e 2-estágios) e sem gerar outros itens excedentes, pois esta prática não é comum na fábrica, sendo realizado o armazenamento de placas de madeira já cortadas e com dimensões menores. Um resumo da solução apresentada pelo operador, juntamente com a solução encontrada com o Método Gilmore e Gomory descrito na Seção 3.1 é apresentado na Tabela 13.

Tabela 13: Resultado comparativo entre as soluções da fábrica e deste trabalho para o conjunto de dados 1.

Tipo de objeto	Solução da fábrica			Solução do estudo		
	Nº pad	Nº obj	Perda (%)	Nº pad	Nº obj	Perda (%)
MDF 3mm	4	12	10,59	4	12	4,90
MDF 12mm	8	54	8,92	7	49	2,20
Aglo. 12mm	8	17	5,21	6	16	1,04
MDF 15mm	9	48	3,66	10	49	6,87
Aglo. 15mm	6	67	2,93	5	65	0,92
MDF 22mm	1	2	31,26	1	2	31,26
Total	36	200	10,43	33	193	7,86

Ao todo foram necessários 200 objetos, de acordo com a solução da fábrica, para a obtenção total dos itens. Já a solução obtida neste estudo utilizou um total de 193 objetos para produzir a mesma quantidade de itens, obtendo uma redução de 7 objetos neste lote de produção, o que reduz significativamente o custo de produção da F. móveis, principalmente

quando considera-se a produção de vários lotes. Com relação à perda de matéria prima não pode ser realizada uma comparação precisa analisando apenas os valores da Tabela 13, pois em alguns casos a sobra da matéria prima calculada pelo operador da máquina de corte é deixada em pedaços grandes com dimensões específicas. O operador conhece as chances de utilização de cada um dos pedaços grandes deixados, e no caso da solução obtida, estes pedaços tem as menores dimensões possíveis, podendo ou não ser aproveitados.

As soluções obtidas pela metodologia proposta neste trabalho é muito próxima da solução da empresa. Uma vantagem significativa da proposta deste trabalho é o tempo necessário para obtenção das soluções. Enquanto o operador leva 4 horas para se chegar a uma solução, a metodologia proposta obtém uma solução em cerca de 10 segundos. Outro fator a ser destacado é que, no total, a solução da fábrica usa 3 tipos de padrões de corte a mais do que a solução apresentada pelo método de Gilmore e Gomory. Isto é justificado pelo fato de que, mesmo com a possibilidade de cortar vários itens diferentes em um mesmo padrão de corte, em vários casos o operador da máquina utilizou padrões de corte homogêneos maximais, algo menos comum durante a solução obtida através do estudo realizado.

5. Considerações Finais

Neste trabalho foi realizado um estudo do Problema de Corte de Estoque Bidimensional com ênfase na geração de padrões de corte de interesse de uma fábrica de móveis de pequeno porte. Foram implementados e testados computacionalmente três métodos da literatura para a gerações de padrões de corte. Dois métodos para a geração de padrões de corte guilhotinados em 2-estágios: o método clássico em duas fases de Gilmore e Gomory (1965) e a solução do modelo matemático proposto em Yanasse e Morabito (2013) por um sistema comercial. O terceiro método empregado foi a solução do modelo matemático proposto em Scheithauer (2002) para geração de padrões de corte 1-grupo. Os dados usados nos testes computacionais foram coletados em uma fábrica de móveis de pequeno do pólo Moveleiro de Mirassol.

Foram testadas diferentes alternativas nas soluções das instâncias do problema, sendo que, a permissão de rotação de itens e estratégia de produção conjunta melhoram significativamente a qualidade da solução. Os resultados obtidos evidenciaram que a utilização de padrões de corte do tipo 1-grupo implica no corte de um número maior de objetos para atender a demanda quando comparada à utilização de padrões de corte 2-estágios. No entanto, a agilidade obtida no processo de produção com padrões de corte deste tipo é superior à utilização dos demais, cabendo a decisão sobre qual tipo de padrão de corte

utilizar à fábrica de móveis, dependendo da necessidade (e urgência) de cada lote de produção.

Em comparação com os resultados obtidos pela fábrica, observa-se que uma das abordagens propostas neste trabalho consegue reproduzir a solução da empresa, com resultados significativamente melhores em termos do tempo necessário para o planejamento.

Como trabalhos futuros pretende-se analisar e comparar outros modelos da literatura para a geração de padrões de corte 2-estágios. A qualidade da relaxação linear dos modelos também deverá ser analisada. Pretende-se também implementar uma alteração na técnica de geração de colunas, em que pode-se analisar a inserção de um bloco de colunas na matriz de padrões de corte do problema, uma vez que para encontrar uma solução para os subproblemas, em geral, são analisadas muitas outras soluções factíveis, o que pode tornar o processo de solução ainda mais eficiente. No caso específico do método de Gilmore e Gomory pretende-se implementar um algoritmo de programação dinâmica em substituição ao Cplex para resolver os m problemas da mochila na Fase I.

Agradecimentos.

Os autores agradecem as contribuições feitas pelos árbitros anônimos da revista, que muito melhoraram esta versão e ao apoio financeiro do CNPq, CAPES e FAPESP (2010/10133-0 e 2013/07375-0). Os autores também são gratos à fábrica F. móveis.

Referências

Cherri, A. C.; Arenales, M. N.; Yanasse, H. H.; Poldi, K. C.; Vianna, A. C. G. (2014). The one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers - A survey. *European Journal of Operational Research*, v. 236, n. 2, p. 395-402.

Christofides, N.; Whitlock, C. (1977). An algorithm for two-dimensional cutting problems. *Operations Research*, v. 25, n. 1, p. 30-44.

Clark, A.; Almada-Lobo, B.; Almeder, C. (2011). Lot sizing and scheduling: industrial extensions and research opportunities. *International Journal of Production Research*, v. 49, n. 9, p. 2457-2461.

Faccio, A. P. L.; Rangel, S. (2009). Geração de padrões de corte n-grupos para a indústria moveleira. *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática*, v. 27, n. 1, p. 41-57.

Ferreira, M. J. B.; Gorayeb, D. S.; Araújo, R. D. de; Mello, C. H.; Boeira, J. L. F. (2008). Relatório de acompanhamento setorial: Indústria moveleira. Campinas: Unicamp, ABDI, v. 1.

Gilmore, P. C.; Gomory, R. E. (1961). A linear programming approach to the cutting-stock problem. *Operations Research*, v. 9, n. 6, p. 849-859.

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Gilmore, P. C.; Gomory, R. E. (1963). A linear programming approach to the cutting-stock problem- Part II. *Operations Research*, v. 11, n. 6, p. 863-888.

Gilmore, P. C.; Gomory, R. E. (1965). Multistage cutting stock problems of two and more dimensions. *Operations Research*, v. 13, n. 1, p. 94-120.

Gilmore, P. C.; Gomory, R. E. (1966). The theory and computation of knapsack functions. *Operations Research*, v. 14, n. 6, p. 1045-1074.

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. (2015). Estimativas da população residente no Brasil e unidades da federação com data de referência em 1º de julho de 2015. Disponível em: <ftp://ftp.ibge.gov.br/Estimativas_de_Populacao/Estimativas_2015/estimativa_dou_2015_20150915.pdf>. Acesso em: 13/11/2015.

IBM - International Business Machines. (2009). CPLEX, versão 12.1. Disponível em: <<http://www01.ibm.com/software/integration/optimization/cplexoptimizer/>>. Acesso em: 10/02/2015.

IEMI - Instituto de Estudos e Marketing Industrial. (2014). Estudo dos canais do varejo de móveis. Relatório. Disponível em: <<http://www.iemi.com.br/>>. Acesso em: 26/11/2015.

Lodi, A.; Monaci, M. (2003). Integer linear programming models for 2-staged two-dimensional knapsack problems. *Mathematical Programming*, v. 94, n. 2, p. 257-278.

Martello, S.; Toth, P. (1990). *Knapsack problems: algorithms and computer implementations*. New York, USA: John Wiley & Sons, Inc.

Morabito, R.; Arenales, M. N. (2000). Optimizing the cutting of stock plates in a furniture company. *International Journal of Production Research*, v. 38, n. 12, p. 2725-2742.

Morabito, R.; Arenales, M. N.; Yanasse, H. H. (2009). Special issue on cutting, packing and related problems. *International Transactions in Operational Research*, v. 16, n. 6, p. 659.

Oliveira, J. F.; Ferreira, J. S. (1990). An improved version of Wang's algorithm for two-dimensional cutting problems. *European Journal of Operational Research*, v. 44, n. 2, p. 256-266.

Placacentro Masisa. (2015). Otimizador de Cortes. Disponível em: <<http://www.placacentro.com/bra/servicos/otimizador.html>>. Acesso em: 12/11/2015.

Prefeitura Municipal de Jaci. (2015). Site da Prefeitura Municipal de Jaci. Disponível em: <<http://www.jaci.sp.gov.br/index.asp?ir=dados>>. Acesso em: 13/11/2015.

Rangel, S.; Figueiredo, A. G. de. (2008). O problema de corte de estoque em indústrias de móveis de pequeno e médio portes. *Pesquisa Operacional*, v. 28, n. 3, p. 451-472.

Rangel, S.; Barbosa, T. H.; Lemos, R. B.; Cavali, R.; Castilho, V. L.; Perin, C. (2016). *CorteBiFur – Corte Bidimensional retangular em dois estágios*. Manual do Programa de computador sem registro - UNESP-SJRP, Departamento de Matemática Aplicada.

Rocha, R. F. (2015). O problema de corte de estoque numa indústria moveleira. 2001. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, São José do Rio Preto, SP.

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Scheithauer, G. (2002). On a two-dimensional guillotine cutting problem. In: IFORS – 16th Triennial Conference of the International Federation of Operational Research Societies, Book of Abstracts, Edunburgh, UK. p. 27.

Silva, E. M.; Santos, F. C. A. (2005). Análise do alinhamento da estratégia de produção com a estratégia competitiva na indústria moveleira. *Revista Produção*, v. 15, n. 2, p. 286-299.

SIMM - Sindicato da Indústria do Mobiliário de Mirassol. (2015). Disponível em: <<http://www.fiesp.com.br/simm/sobre-o-simm/quem-somos>>. Acesso em: 12/11/2015.

Toscano, A.; Rangel, S.; Yanasse, H. H. (2015). A heuristic approach to minimize the number of saw cycles in small-scale furniture factories. *Annals of Operation Research*, p. 1-28. Doi: 10.1007/s10479-015-1955-9.

Vanzela, M.; Melega, G. M.; Rangel, S.; Araujo, S. A. (2017). The integrated lot sizing and cutting stock problem with saw cycles constraints applied to furniture production. *Computers & Operations Research*, v. 79, p. 148-150.

Yanasse, H. H.; Morabito, R. (2006). Linear models for 1-group two-dimensional guillotine cutting problems. *International Journal of Production Research*, v. 44, n. 17, p. 3471-3491.

Yanasse, H. H.; Morabito, R. (2013). Modelos lineares e não lineares inteiros para problemas da mochila bidimensional restrita a 2 estágios. *Produção*, v. 23, n. 4, p. 887-901.