

## **ANÁLISE DE EFICIÊNCIA BASEADA EM ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS, CLUSTERIZAÇÃO ESTÁTICA E COMPENSAÇÃO POR FATORES DE ESCALA: UM ESTUDO DE CASO NO PARQUE DE REFINO BRASILEIRO<sup>1</sup>**

Ariane Lima de Moura<sup>a\*</sup>, Ana Paula dos Santos Rubem<sup>a</sup>,  
João Carlos Correia Baptista Soares de Mello<sup>a</sup>

*<sup>a</sup>Universidade Federal Fluminense - UFF, Niterói-RJ, Brasil*

### **Resumo**

O objetivo deste artigo é avaliar o desempenho operacional das principais refinarias do país. Para esse fim, aplicou-se uma metodologia destinada à análise de eficiência de unidades produtivas que operam em diferentes escalas de produção, que combina o modelo de Análise Envoltória de Dados para retornos constantes de escala, clusterização das unidades produtivas com o método *K-means* e compensação das diferenças de escala entre os *clusters*. Tal metodologia é uma forma alternativa de se lidar com diferenças na escala de operação das unidades produtivas, o que, dentro de um contexto DEA, geralmente, é realizado por meio do modelo para retornos variáveis de escala. Os resultados sugerem que a metodologia alternativa aumenta a discriminação entre as unidades produtivas avaliadas, em comparação à abordagem DEA tradicional, baseada no modelo para retornos variáveis de escala. Todavia, não há grande impacto nas ordenações finais das refinarias.

Palavras-chave: Análise Envoltória de Dados, Clusterização, Diferenças de Escala, Indústria de Refino.

### **Abstract**

The aim of this article is to evaluate the operating performance of the main refineries in Brazil. For this purpose, we used a methodology to analyse the efficiency of production units operating in different production scales, which combines the Data Envelopment Analysis model for constant returns to scale, clustering of production units using the K-means method and compensation of scale differences among clusters. This method is an alternative way to deal with differences in the scale of operation of the production units, which within the context of DEA, is typically performed using the model for variable returns to scale. Comparing the results of both approaches, it can be observed that the alternative methodology increases the discrimination among the evaluated production units compared to the traditional DEA approach, based on the model for variable returns to scale. However, there is little impact on the final sorting of refineries.

Keywords: Data Envelopment Analysis, Clustering, Scale Differences, Refining Industry.

\*Autor para correspondência: e-mail: ariane.moura@yahoo.com.br

<sup>1</sup>Todos os autores assumem a responsabilidade pelo conteúdo do artigo.

### 1. Introdução

O objetivo deste artigo é avaliar o desempenho operacional das principais refinarias do país. Como a capacidade de refino das unidades que compõem o parque de refino brasileiro variam acentuadamente, aplica-se uma metodologia alternativa, originalmente proposta em Rubem *et al.* (2014), destinada à análise de eficiência de unidades que operam em diferentes escalas produtivas.

Essa metodologia combina o modelo de Análise Envoltória de Dados (DEA, de *Data Envelopment Analysis*) para retornos constantes de escala (introduzido por Charnes, Cooper e Rhodes em Charnes *et al.* (1978), denominado modelo CCR), clusterização das unidades produtivas por meio do algoritmo *K-means* (MacQueen, 1967) e compensação das diferenças de escala dos entre os *clusters*.

A motivação para o uso de tal metodologia deriva do fato de a extensão do modelo CCR, desenvolvida por Banker, Charnes e Cooper em Banker *et al.* (1984), denominado modelo BBC, e que se propõe a tratar fatores de escala (o CCR assume que todas as unidades produtivas operam em escala ótima), vir sendo alvo de críticas, detalhadas a seguir.

O propósito original do modelo BCC era permitir que uma unidade produtiva pudesse ser eficiente, operando sob retornos crescentes, constantes ou decrescentes de escala. Entretanto, esse modelo passou a ser amplamente utilizado na avaliação de unidades produtivas que operam em escalas de produção diferentes. Isso implica em algumas desvantagens, como por exemplo: a classificação inadequada de unidades produtivas como eficientes, as quais são chamadas por alguns autores de eficientes por *default* (Ali, 1993; Maciel *et al.*, 2014); o aumento nas pontuações de eficiência, reduzindo a discriminação (Rubem *et al.*, 2014); a obtenção de pontuações de eficiência diferentes, dependendo da orientação adotada no modelo (Benício e Soares de Mello, 2014); e eficiências negativas implícitas (Soares de Mello *et al.*, 2013; Gomes Júnior *et al.*, 2013).

O diferencial deste trabalho consiste em aplicar uma abordagem alternativa, que além de não incorrer nas desvantagens acima mencionadas, associadas ao uso do modelo BCC, permite a comparação global das unidades produtivas. Esse tipo de comparação não é possível, quando se utiliza as abordagens mais recorrentes na literatura, que, geralmente, combinam clusterização tradicional ao modelo CCR, porém sem aplicar uma solução de homogeneização. Mesmo ao se optar pela menos referenciada abordagem baseada em clusterização dinâmica (Golany e Thore, 1997), a comparação direta entre todas as unidades produtivas nem sempre é viável (Andrade *et al.*, 2014).

Os resultados obtidos na análise aqui conduzida validam a abordagem alternativa utilizada, indicando uma maior capacidade de discriminação das unidades produtivas (refinarias) avaliadas, em comparação ao uso do modelo BCC tradicional.

O restante do artigo está organizado, conforme detalhado a seguir. A Seção 1 contém uma breve revisão de DEA e descreve a abordagem aqui utilizada. A Seção 2, apresenta o problema a ser estudado, descreve a modelagem do problema, e analisa os resultados obtidos. Por fim, a última seção traz as considerações finais e uma sugestão de trabalho futuro.

## 2. Referencial Metodológico

### 2.1 DEA

DEA é uma metodologia baseada em programação linear, que tem por objetivo avaliar a eficiência de unidades produtivas, também chamadas de unidades tomadoras de decisão, ou simplesmente DMUs (de *Decision-Making Units*). Essas DMUs convertem, em quantidades variadas, um conjunto de insumos em múltiplos produtos ou serviços. As DMUs podem ser qualquer tipo de organização, desde que operem sob as mesmas condições e tenham autonomia na tomada de decisões. Os insumos e produtos devem ser idênticos para todas as unidades produtivas avaliadas. Em suma, o pressuposto básico para a aplicação da metodologia DEA é a homogeneidade das DMUs em análise (Lins e Angulo-Meza, 2000).

Outro aspecto relevante é a proporcionalidade entre os insumos consumidos e os produtos resultantes do processo produtivo avaliado. Os modelos DEA mais usados são os já citados CCR, que lida com a relação insumo-produto de forma estritamente proporcional; e BCC, que se propõe a incorporar fatores de escala, ou seja, um incremento no insumo não conduz a um incremento proporcional na produção. Como mencionado na seção anterior, quando as DMUs avaliadas operam em escalas produtivas muito diferentes, tal como as refinarias objeto de análise deste artigo, em geral, recorre-se ao modelo BCC, apesar dos inconvenientes a ele associado. Neste trabalho, no entanto, optou-se pelo uso de uma abordagem alternativa (Rubem *et al.*, 2014), que se propõe a tratar as diferenças nas escalas de operação das unidades produtivas, sem recorrer ao uso do modelo BCC.

### 2.2 Clusterização em DEA

A análise de *cluster* congrega diferentes técnicas destinadas a avaliar a semelhança entre as unidades de um conjunto, de acordo com critérios predefinidos, visando à formação de grupos

de similaridade. Desse modo, os grupos gerados (ou *clusters*) são não-homogêneos entre si, mas internamente homogêneos.

Em geral, as abordagens que associam a metodologia DEA a técnicas de clusterização começam segregando as DMUs, segundo critérios estruturais ou ambientais prefixados, para, então, aplicar a metodologia DEA separadamente em cada *cluster*. Essas abordagens costumam ser usadas para tratar a não-homogeneidade entre as DMUs e, neste caso, podem ser associadas tanto ao modelo CCR quanto ao BCC.

A desvantagem desse tipo de abordagem é que, como DEA se baseia em uma medida relativa (eficiência), uma comparação global entre DMUs de *clusters* distintos não é válida, a menos que se aplique uma solução de homogeneização (veja, e.g., Bertoloto e Soares de Mello, 2011; Gomes *et al.*, 2012).

### **2.3 Abordagem Utilizada**

Neste artigo, utiliza-se uma abordagem inovadora, recentemente proposta por Rubem *et al.* (2014), e desenvolvida para lidar com situações em que a não-homogeneidade se restrinja às diferenças nas escalas de operação das DMUs.

Dentro desse contexto, na abordagem proposta por Rubem *et al.* (2014), a clusterização busca segregar DMUs que operam sob escala de produção diferentes. Isso permite que o modelo CCR seja usado no lugar do BCC, sem que as diferenças de escala sejam negligenciadas. A proposta de Rubem *et al.* (2014) consiste em rodar um modelo CCR separadamente para cada *cluster*, previamente definido por meio do método de clusterização *K-means* (MacQueen, 1967), e depois aplicar a solução de homogeneização de Gomes *et al.* (2012), a fim de compensar as diferenças de escala entre os *clusters*.

O algoritmo proposto por Rubem *et al.* (2014) compreende os seguintes passos:

**Passo 1:** Separar as DMUs em *clusters* homogêneos segundo a escala de operação, usando o método *K-means*;

**Passo 2:** Rodar um modelo CCR específico para cada *cluster* gerado e selecionar as DMUs 100% eficientes;

**Passo 3:** Rodar um modelo CCR apenas com as DMUs 100% eficientes de cada *cluster*, selecionadas no Passo 2;

**Passo 4:** Calcular as eficiências médias das DMUs do Passo 3, separadas em seus *clusters* de origem;

**Passo 5:** Rodar um modelo CCR com todas as DMUs do conjunto de análise; e

**Passo 6:** Usar as médias do Passo 4 como fator de correção das eficiências de cada *cluster*, dividindo-se as eficiências do Passo 5 pelas respectivas eficiências médias do Passo 4. No caso de alguma eficiência corrigida ser maior que um, normalizar todas as pontuações de eficiências corrigidas, dividindo-as pelo valor máximo obtido.

Em relação ao Passo 4, cabe destacar que, uma vez que as DMUs que compõem o *cluster* de eficientes foram eficientes nos seus respectivos *clusters* de origem, quando a eficiência média resultante for menor que 100%, tal fato pode ser atribuído a desvantagens de escala, e não necessariamente a ineficiências intrínsecas da DMU.

### 3. Aplicação

#### 3.1 Parque de Refino do Brasil

A indústria do petróleo é a maior do mundo e calcula-se que movimente de dois a cinco trilhões de dólares por ano (Nascimento Pimenta e Soares de Mello, 2005). Ela é composta de um vasto complexo que inclui campos de petróleo, plataformas marítimas, milhares de quilômetros de oleodutos, reservatórios gigantes, refinarias, sistemas computadorizados para administrar o fluxo de combustível até os consumidores finais e postos de abastecimento, bem como milhares de fabricantes de produtos derivados (Rifkin, 2003).

De acordo com a Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP, 2012), o refino de petróleo compreende um conjunto de processos físicos e químicos que objetivam a transformação dessa matéria-prima em derivados. Ele começa pela destilação atmosférica, que consiste no fracionamento do óleo cru a ser processado em toda e qualquer refinaria. Tal operação é realizada em colunas de fracionamento, de dimensões variadas, que possuem vários estágios de separação, um para cada fração desejada.

O petróleo, proveniente dos tanques de armazenamento, é pré-aquecido e introduzido em uma torre de destilação atmosférica. Os derivados desse fracionamento são, principalmente, gás, GLP (gás liquefeito de petróleo), nafta, gasolina, querosene, óleo diesel e resíduo atmosférico. Tais frações, retiradas ao longo da coluna em seus vários estágios de separação, deverão ser tratadas, para se transformarem em produtos finais, ou ser enviadas como matéria-prima para outros processos de refino, que as beneficiarão.

Para atender o mercado consumidor, é necessária uma malha abrangente, composta de portos e terminais para importação, exportação e estocagem de petróleo, dutos de comunicação com as refinarias e distribuidoras. No Brasil, o parque de refino foi projetado

## PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

para processar petróleo leve, importado, principalmente, do Oriente Médio. Por isso, ele precisou ser adaptado para produzir combustível usando o petróleo brasileiro que, em sua maior parte, é do tipo pesado (Nascimento Pimenta e Soares de Mello, 2005).

O parque de refino brasileiro compreende 16 refinarias e, em 2012, possuía capacidade de refino de 2,1 milhões de barris/dia. Dessas refinarias, 12 pertencem à Petrobras e respondem por 98% da capacidade total, sendo a Replan (SP) a de maior capacidade instalada: 415,1 mil barris/dia ou 19,7% do total nacional. As outras quatro são privadas, quais sejam: Manguinhos (RJ), Riograndense (RS), Univen (SP) e Dax Oil (BA).

A Figura 1 representa a distribuição do volume total refinado no país, no ano de 2012, pelas principais refinarias:

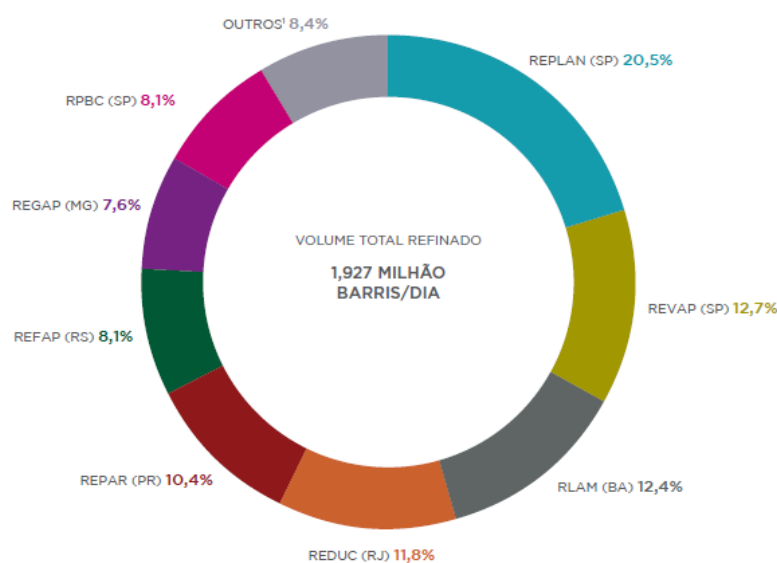


Figura 1 – Distribuição do refino no Brasil. (Fonte: ANP, 2012)

### 3.2 Modelagem do Processo de Refino

O processo de refino de petróleo é bastante complexo e, dependendo da configuração da refinaria, pode gerar diferentes produtos finais. Como o objetivo principal da operadora das maiores refinarias do país é abastecer os consumidores com os derivados necessários para o desenvolvimento da economia, a alocação de petróleo entre as refinarias, bem como a definição dos derivados a serem produzidos, é realizada de forma integrada (Moura *et al.*, 2014). Portanto, é preciso identificar a localização geográfica dos mercados consumidores e produzir de modo a economizar em distribuição e transporte.

## PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Assim, não faz sentido analisar o desempenho operacional de refinarias, considerando os diferentes produtos passíveis de serem produzidos, mas sim o montante total produzido, uma vez que o parque de refino do país está sobrecarregado e há necessidade de importação de alguns derivados para abastecimento da indústria. Dessa forma, a saída do modelo será o volume total de carga processada (soma de petróleo nacional e importado e resíduos a serem reprocessados), em cada um dos anos compreendidos na análise.

Existem alguns fatores estruturais que restringem a produção e, portanto, devem ser considerados como entradas no modelo, são eles: a capacidade de refino e a capacidade de armazenamento. Como há uma segregação importante nessa indústria, nem sempre é possível estocar petróleo em tanques de derivados, devido ao risco de contaminação, o que implica no acréscimo de mais uma entrada ao problema: a capacidade de armazenamento de derivados. A Figura 2 ilustra a configuração da modelagem final desenvolvida para este estudo de aplicação.

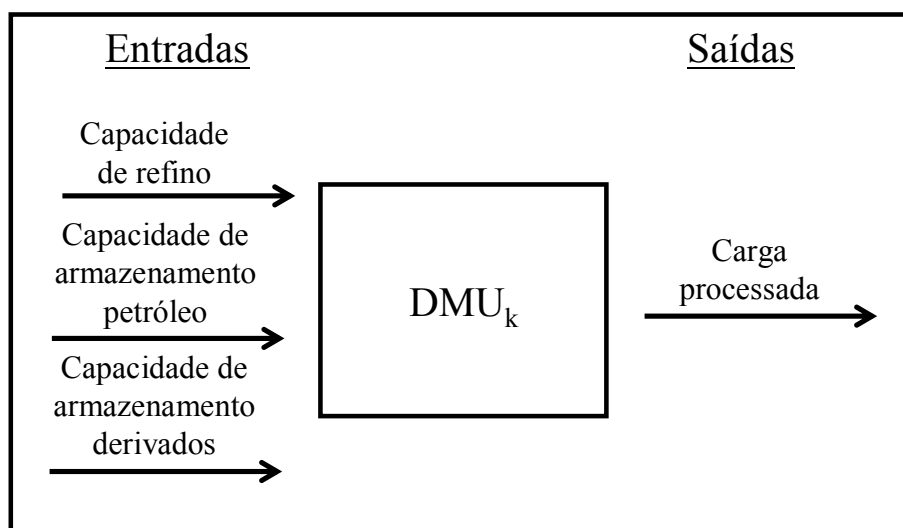


Figura 2 – Representação do processo produtivo da  $DMU_k$ .

Tradicionalmente, para o cálculo da medida de eficiência, há duas orientações radiais possíveis para os modelos DEA: à entrada, na qual se busca minimizar os recursos consumidos sem alterar os níveis de produção; e à saída, que visa maximizar a produção, sem alterar a quantidade de recursos consumidos. Neste estudo, é utilizada a orientação à saída, isto é, busca-se maximizar a carga processada, mantendo a capacidade de refino e de

## PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

armazenamento de petróleo e derivados, uma vez que não faria sentido buscar a redução da capacidade instalada, cujo investimento já foi realizado.

A base de dados utilizada refere-se ao período de 2009 a 2012, e foi extraída dos Anuários Estatísticos da ANP (ANP, 2009; 2010; 2011; 2012). Inicialmente, o ano de 2008 havia sido incluído na análise, mas notou-se que a capacidade de armazenamento de petróleo das refinarias havia sido divulgada em uma unidade de medida diferente, sem menção à unidade de medida adotada, o que impediu a respectiva conversão. Por esse motivo, esse ano foi retirado da análise.

Como a regulação e estrutura do setor mantiveram-se praticamente inalteradas durante o período em análise, optou-se por uma abordagem DEA do tipo longitudinal, em que todas as observações são inseridas em conjunto na análise, considerando a mesma refinaria como uma DMU distinta em anos diferentes. Essa é uma das formas de se aumentar o número de DMUs, sugeridas por Podinovski e Thanassoulis (2007), e, possibilita, ainda, uma análise temporal (veja, e.g., Soares de Mello *et al.*, 2003; Correia *et al.*, 2011; Gomes Júnior *et al.*, 2015).

A Tabela 1 apresenta a capacidade de refino (entrada 1) e volume de carga processada (saída) por cada refinaria no período de análise. Observa-se que das 16 refinarias avaliadas, algumas tiveram produção nula em alguns anos compreendidos na análise. Isso ocorreu com Manguinhos (RJ) e Dax Oil (BA), ambas em 2009.

Tabela 1: Capacidade de refino (entrada 1) e do volume carga processada (saída), no período de 2009 a 2012.

Refinarias (Unidade da Federação)	Capacidade de refino (barril/dia)				Volume de carga processada (barril/dia)			
	2009	2010	2011	2012	2009	2010	2011	2012
Riograndense (RS)	16.983	16.983	17.014	17.014	13.704	14.146	15.121	16.058
Lubnor (CE)	8.177	8.177	8.177	8.177	6.047	7.945	6.971	7.848
Manguinhos (RJ)	13.838	13.838	13.838	13.838	-	4.210	10.062	10.439
Recap (SP)	53.463	53.463	53.463	53.463	41.701	36.493	42.937	53.267
Reduc (RJ)	242.158	242.158	242.158	242.158	209.256	221.986	217.471	227.299
Refap (RS)	188.695	188.695	201.274	201.274	167.342	150.295	150.026	156.728
Regap (MG)	150.956	150.956	150.956	150.956	143.764	147.304	133.548	147.098
Reman (AM)	45.916	45.916	45.916	45.916	40.954	42.153	42.795	36.102
Repar (PR)	220.144	220.144	220.144	207.564	188.864	171.512	194.448	199.390
Replan (SP)	415.128	415.128	415.128	415.128	346.097	322.252	379.309	395.159
Revap (SP)	251.593	251.593	251.593	251.593	244.647	242.720	241.965	243.782
RLAM (BA) <sup>2</sup>	279.897	279.897	279.897	279.897	221.137	263.185	239.096	237.976
RPBC (SP)	169.825	169.825	169.825	169.825	165.965	160.529	151.751	156.754
Univen (SP)	6.919	6.919	9.158	9.158	6.881	8.583	5.220	788
Dax Oil (BA)	1.730	1.730	2.095	2.095	-	464	1.070	1.571



## PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

A Tabela 2 exhibe as capacidades de armazenagem de petróleo (entrada 2) e de derivados (entrada 3) de cada refinaria no período analisado. Nota-se que a refinaria RPCC (RN) não possui armazenagem de petróleo, o que a distingue muito das outras refinarias, em termos de estrutura. Por essa razão, ela não foi considerada na análise. Dessa forma, tem-se um conjunto de 15 refinarias em 4 anos. No entanto, excluindo-se as duas que nada produziram em 2009, chega-se a um total de 58 DMUs (combinações refinaria-ano).

Tabela 2: Capacidades de armazenamento de petróleo e de derivados (entradas 2 e 3, respectivamente), no período de 2009 a 2012.

Refinarias (Unidade da Federação)	Petróleo				Derivados			
	2009	2010	2011	2012	2009	2010	2011	2012
Ipirang / Riograndense (RS)	114.824	114.824	126.739	132.725	94.800	94.800	74.928	79.918
Lubnor (CE)	45.825	45.825	45.825	48.445	76.725	76.725	76.725	83.754
Manguinhos (RJ)	133.147	133.147	133.147	133.147	81.841	81.841	81.841	81.841
Recap (SP)	69.017	69.017	69.017	82.320	255.942	255.942	255.942	283.772
Reduc (RJ)	1.124.000	1.124.000	1.124.000	912.728	2.427.001	2.427.001	2.427.001	1.982.152
Refap (RS)	433.959	433.959	433.959	565.570	856.555	856.555	853.116	1.091.103
Regap (MG)	199.116	199.116	199.116	384.977	399.631	399.631	399.631	838.898
Reman (AM)	125.452	125.452	125.452	113.299	267.894	267.894	251.234	271.528
Repar (PR)	371.301	371.301	371.301	654.000	854.504	854.504	854.504	942.169
Replan (SP)	920.205	920.205	920.205	1.059.169	2.292.509	2.292.509	2.292.509	2.044.756
Revap (SP)	330.730	330.730	330.730	1.044.000	1.858.465	1.858.465	1.858.465	1.537.458
RLAM (BA)	956.258	956.258	956.258	617.634	853.829	853.829	853.829	898.194
RPBC (SP)	392.457	392.457	392.457	398.327	894.166	894.166	894.166	1.075.078
Univen (SP)	808	808	808	808	6.474	6.474	6.474	6.474
Dax Oil (BA)	250	250	550	550	1.763	1.763	2.301	2.301

## 4. Resultados

### 4.1 Abordagem de Rubem et al. (2014)

**Passo 1:** Para a geração dos *clusters*, foi usado o método *K-means*, tal como prevê o algoritmo proposto por Rubem et al. (2014), detalhado na Subseção 2.3.

Vale ressaltar que o objetivo do método *K-means* é particionar um conjunto em  $k$  subconjuntos disjuntos, tal que a soma dos quadrados das distâncias das unidades (aqui as DMUs) até o centro dos *clusters* seja minimizada. O valor  $k$  (número desejado de *clusters*) é definido a priori para inicialização do método.

Na implementação do *K-means*, foi utilizado o *software* XLSTAT, versão 2014.3.01, aplicado à entrada capacidade de refino, uma vez que o objetivo é criar grupos homogêneos quanto à escala de operação das DMUs. É importante destacar que, embora as outras duas

entradas (capacidades de armazenamento de petróleo e de derivados) também expressem a escala de operação das refinarias, a capacidade de refino (entrada 1), representa uma medida mais abrangente.

Observou-se que, ao se inicializar o método com valores de  $k$  entre 2 e 8, gerava-se ao menos um *cluster* formado por menos de doze DMUs. Como a modelagem adotada nesta aplicação possui dimensão quatro (i.e., engloba três entradas e uma saída), é recomendável que cada *cluster* seja composto por, no mínimo, doze DMUs, para que se atenda a regra empírica de Banker *et al.* (1989). Tal regra sugere que o número de DMUs avaliadas deve ser no mínimo o triplo da dimensão do modelo (ou ao menos se aproximar desta proporção), para que os resultados de eficiência apurados sejam confiáveis.

Para contornar tal dificuldade, e baseando-se na adaptação de método *K-means* proposta por Rubem *et al.* (2014), fixou-se  $k$  igual a = 10, de modo que os *clusters* pudessem ser agrupados com os adjacentes até formar *clusters* com o número mínimo definido. A aplicação de tal procedimento resultou na configuração de *clusters* exibida na Tabela 3.

Nota-se que algumas DMUs situadas no limite de seus *clusters* apresentam capacidade de refino mais próxima de uma DMU de outro *cluster* do que de outra unidade pertencente a seu próprio *cluster*. Por exemplo, a capacidade de refino da RPBC no ano de 2012 (*cluster* 2) se assemelha mais à praticada pela Refap em 2012 (*cluster* 3), do que à da refinaria Reman em 2012 (*cluster* 2). Essas comparações nem sempre justas, que excluem outras DMUs semelhantes a uma unidade interna ao *cluster*, são um problema recorrente nas abordagens que combinam clusterização tradicional e DEA.

Uma alternativa para superar essa limitação, é a metodologia conhecida como clusterização dinâmica (Golany e Thore, 1997), que, geralmente, desde que satisfeitas certas condições (veja, e.g., Andrade *et al.*, 2014), permite, ainda, a comparação das eficiências de DMUs de *clusters* distintos. Mas, para tanto, é necessário que os *clusters* gerados não sejam disjuntos. Curiosamente, o presente estudo denota um caso real, em que a clusterização dinâmica por si só não permitiria uma comparação global entre as DMUs.

**Passo 2:** Após a formação dos *clusters*, aplicou-se o modelo CCR orientado à saída, considerando as variáveis (entradas e saída) apresentadas na Figura 2 separadamente para cada *cluster*.

## PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Tabela 3: Tamanho ( $n$ ) e composição dos *clusters* gerados, considerando a entrada “capacidade de refino” (entrada 1).

<i>Cluster 1</i>		<i>Cluster 2</i>		<i>Cluster 3</i>		<i>Cluster 4</i>	
DMU	Entrada 1	DMU	Entrada 1	DMU	Entrada 1	DMU	Entrada 1
Dax Oil_2010	1.730	Reman_2009	45.916	Refap_2009	188.695	Revap_2009	251.593
Dax Oil_2011	2.095	Reman_2010	45.916	Refap_2010	188.695	Revap_2010	251.593
Dax Oil_2012	2.095	Reman_2011	45.916	Refap_2011	201.274	Revap_2011	251.593
Univen_2009	6.919	Reman_2012	45.916	Refap_2012	201.274	Revap_2012	251.593
Univen_2010	6.919	Recap_2009	53.463	Repar_2012	207.564	RLAM_2009	279.897
Lubnor_2009	8.177	Recap_2010	53.463	Repar_2009	220.144	RLAM_2010	279.897
Lubnor_2010	8.177	Recap_2011	53.463	Repar_2010	220.144	RLAM_2011	279.897
Lubnor_2011	8.177	Recap_2012	53.463	Repar_2011	220.144	RLAM_2012	279.897
Lubnor_2012	8.177	Regap_2009	150.956	Reduc_2009	242.158	Replan_2009	415.128
Univen_2011	9.158	Regap_2010	150.956	Reduc_2010	242.158	Replan_2010	415.128
Univen_2012	9.158	Regap_2011	150.956	Reduc_2011	242.158	Replan_2011	415.128
Manguinhos_2010	13.838	Regap_2012	150.956	Reduc_2012	242.158	Replan_2012	415.128
Manguinhos_2011	13.838	RPBC_2009	169.825				
Manguinhos_2012	13.838	RPBC_2010	169.825				
Riograndense_2009	16.983	RPBC_2011	169.825				
Riograndense_2010	16.983	RPBC_2012	169.825				
Riograndense_2011	17.014						
Riograndense_2012	17.014						

## PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Tabela 4: Eficiências dentro de cada *cluster*.

<i>Cluster 1</i>		<i>Cluster 2</i>		<i>Cluster 3</i>		<i>Cluster 4</i>	
DMU	Eficiência	DMU	Eficiência	DMU	Eficiência	DMU	Eficiência
Dax Oil_2010	21,6%	Reman_2009	71,9%	Refap_2009	96,9%	Revap_2009	100,0%
Dax Oil_2011	41,2%	Reman_2010	74,0%	Refap_2010	87,0%	Revap_2010	99,2%
Dax Oil_2012	60,5%	Reman_2011	75,1%	Refap_2011	82,1%	Revap_2011	98,9%
Univen_2009	80,2%	Reman_2012	63,4%	Refap_2012	82,6%	Revap_2012	100,0%
Univen_2010	100,0%	Recap_2009	81,7%	Repar_2012	100,0%	RLAM_2009	84,0%
Lubnor_2009	59,6%	Recap_2010	71,5%	Repar_2009	97,1%	RLAM_2010	100,0%
Lubnor_2010	78,3%	Recap_2011	84,1%	Repar_2010	88,2%	RLAM_2011	90,8%
Lubnor_2011	68,7%	Recap_2012	100,0%	Repar_2011	100,0%	RLAM_2012	100,0%
Lubnor_2012	77,4%	Regap_2009	97,6%	Reduc_2009	90,0%	Replan_2009	87,0%
Univen_2011	60,8%	Regap_2010	100,0%	Reduc_2010	95,4%	Replan_2010	81,0%
Univen_2012	9,2%	Regap_2011	90,7%	Reduc_2011	93,5%	Replan_2011	95,3%
Manguinhos_2010	24,5%	Regap_2012	97,8%	Reduc_2012	97,7%	Replan_2012	99,7%
Manguinhos_2011	58,6%	RPBC_2009	98,1%				
Manguinhos_2012	60,8%	RPBC_2010	94,9%				
Riograndense_2009	65,0%	RPBC_2011	89,7%				
Riograndense_2010	67,1%	RPBC_2012	92,6%				
Riograndense_2011	71,6%						
Riograndense_2012	76,1%						

## PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Para o cálculo das eficiências, foi utilizado o *software* SIAD (Angulo-Meza *et al.*, 2005), versão 3.0. Os resultados encontram-se exibidos na Tabela 4. No total, nove DMUs foram eficientes, sendo uma no *cluster* 1 (Univen em 2010), duas no *cluster* 2 (Recap em 2012; e a Regap em 2010), duas no *cluster* 3 (Repar em 2011 e 2012); e quatro no *cluster* 4 (Revap em 2009 e 2012; e RLAM em 2010 e 2012).

**Passos 3 e 4:** Em seguida, as DMUs 100% eficientes de cada *cluster* foram separadas e o mesmo modelo CCR anteriormente utilizado foi aplicado a estas DMUs (Passo 3). A partir dos resultados de eficiência obtidos, calculou-se, então, as eficiências médias das DMUs do *cluster* de eficientes, levando-se em consideração seus *clusters* originais (Passo 4).

Esses resultados constam da Tabela 5. O fato de apenas a refinaria Univen em 2010, ter sido 100% eficiente no *cluster* de eficientes indica que apenas o *cluster* 1 opera em escala ótima, enquanto os demais *clusters* apresentam desvantagens de escala que influenciam negativamente no resultado, a despeito de outras ineficiências gerenciais.

Tabela 5: Eficiências no *cluster* de eficientes e médias nos *clusters* de origem.

<i>Cluster</i>	DMU	Saída	Média no <i>cluster</i>
1	Univen_2010	100,0%	100%
2	Recap_2012	80,3%	79%
	Regap_2010	78,7%	
3	Repar_2012	77,4%	74%
	Repar_2011	71,2%	
4	Revap_2009	78,4%	75%
	Revap_2012	78,1%	
	RLAM_2010	75,8%	
	RLAM_2012	68,5%	

**Passos 5 e 6:** A etapa seguinte (Passo 5) consiste em aplicar o mesmo modelo CCR orientado à saída a todas as DMUs do conjunto de análise, aqui chamado de modelo geral. A seguir (Passo 6), utilizaram-se as eficiências médias de cada *cluster* (vide Tabela 5), como fator de correção das eficiências gerais, dividindo-se as eficiências obtidas no modelo geral, pelas eficiências médias de cada *cluster*. Os resultados foram, então, normalizados para evitar valores maiores que um.

A Tabela 6 apresenta os resultados de eficiência apurados sob o modelo geral, bem como as respectivas eficiências corrigidas e normalizadas. Cabe destacar que, após a

## PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

compensação e subsequente normalização, as DMUs que se mantiveram 100% eficientes foram a Repar, no ano de 2012 e Revap em 2009, originalmente alocadas nos *clusters* 3 e 4 respectivamente.

Tabela 6: Eficiências sob o modelo geral, compensadas pelo fator de correção dos *clusters* e normalizadas.

Cluster	DMU	Geral	Compensada	Metodologia Proposta	Cluster	DMU	Geral	Compensada	Normalizada
1	Dax Oil_2010	21,6%	21,6%	20,7%	3	Refap_2009	71,5%	96,2%	92,3%
	Dax Oil_2011	41,2%	41,2%	39,5%		Refap_2010	64,2%	86,4%	82,9%
	Dax Oil_2012	60,5%	60,5%	58,0%		Refap_2011	60,1%	80,8%	77,6%
	Univen_2009	80,2%	80,2%	76,9%		Refap_2012	62,8%	84,5%	81,0%
	Univen_2010	100,0%	100,0%	95,9%		Repar_2012	77,4%	104,2%	100,0%
	Lubnor_2009	59,6%	59,6%	57,2%		Repar_2009	69,2%	93,1%	89,3%
	Lubnor_2010	78,3%	78,3%	75,1%		Repar_2010	62,8%	84,5%	81,1%
	Lubnor_2011	68,7%	68,7%	65,9%		Repar_2011	71,2%	95,8%	91,9%
	Lubnor_2012	77,4%	77,4%	74,2%		Reduc_2009	69,7%	93,7%	89,9%
	Univen_2011	60,8%	60,8%	58,4%		Reduc_2010	73,9%	99,4%	95,4%
	Univen_2012	9,2%	9,2%	8,8%		Reduc_2011	72,4%	97,4%	93,5%
	Manguinhos_2010	24,5%	24,5%	23,5%		Reduc_2012	75,7%	101,8%	97,7%
	Manguinhos_2011	58,6%	58,6%	56,2%					
	Manguinhos_2012	60,8%	60,8%	58,3%					
	Riograndense_2009	65,0%	65,0%	62,4%					
	Riograndense_2010	67,1%	67,1%	64,4%					
	Riograndense_2011	71,6%	71,6%	68,7%					
	Riograndense_2012	76,1%	76,1%	73,0%					
2	Reman_2009	71,9%	90,5%	86,8%	4	Revap_2009	78,4%	104,2%	100,0%
	Reman_2010	74,0%	93,1%	89,3%		Revap_2010	77,8%	103,4%	99,2%
	Reman_2011	75,1%	94,5%	90,7%		Revap_2011	77,5%	103,1%	98,9%
	Reman_2012	63,4%	79,7%	76,5%		Revap_2012	78,1%	103,9%	99,6%
	Recap_2009	62,9%	79,1%	75,9%		RLAM_2009	63,7%	84,7%	81,2%
	Recap_2010	55,0%	69,2%	66,4%		RLAM_2010	75,8%	100,8%	96,7%
	Recap_2011	64,7%	81,4%	78,1%		RLAM_2011	68,9%	91,6%	87,8%
	Recap_2012	80,3%	101,0%	96,9%		RLAM_2012	68,5%	91,1%	87,4%
	Regap_2009	76,8%	96,6%	92,7%		Replan_2009	67,2%	89,4%	85,7%
	Regap_2010	78,7%	99,0%	94,9%		Replan_2010	62,6%	83,2%	79,8%
	Regap_2011	71,3%	89,7%	86,1%		Replan_2011	73,7%	97,9%	94,0%
	Regap_2012	78,6%	98,8%	94,8%		Replan_2012	76,7%	102,0%	97,9%
	RPBC_2009	78,8%	99,1%	95,1%					
	RPBC_2010	76,2%	95,9%	92,0%					
	RPBC_2011	72,0%	90,6%	86,9%					
	RPBC_2012	74,4%	93,6%	89,8%					

### 4.2 Abordagem de Rubem et al. (2014) versus modelo BCC

Para fins comparativos, o modelo BCC, também orientado à saída, considerando configuração do processo exibida na Figura 2. Os resultados de eficiência (compensada normalizada)

obtidos aplicando a abordagem de Rubem *et al.* (2014) (vide Tabela 6) e o modelo BCC tradicional, bem como as respectivas ordenações, são exibidos na Tabela 7.

Observa-se que a abordagem de Rubem *et al.* (2014) discrimina melhor as DMUs, resultando em apenas uma refinaria eficiente, contra onze no modelo BCC tradicional. A DMU eficiente em ambas abordagens foi a refinaria Revap, em 2009. No modelo BCC, duas DMUs eficientes foram assim classificadas por terem usado o menor nível de recursos (Dax Oil, em 2010) ou gerado a maior produção (Replan, em 2012). De fato, essa classificação inadequada (mencionada na Seção 1) é uma das desvantagens do modelo BCC, que motivaram a aplicação de uma metodologia alternativa neste estudo. Por outro lado, usando a abordagem de Rubem *et al.* (2014), essas mesmas DMUs (eficientes por *default* no BCC) obtiveram resultados de eficiência mais realistas: 20,7% para a Dax Oil, em 2010; e 97,9% para a Replan, em 2012.

Na Tabela 7, nota-se, ainda, que, na maioria dos casos (48 das 58 DMUs), a abordagem alternativa de Rubem *et al.* (2014) resulta em pontuações inferiores às observadas no modelo BCC tradicional. Dentre as exceções, estão nove DMUs pertencentes ao *cluster* 3 (Refap, nos anos de 2009 a 2012; Repar, em 2012; e Reduc de 2009 a 2012).

Quanto à ordenação final, os resultados de ambas abordagens são bastante similares. Para 58 DMUs, as diferenças decorrem das onze DMUs 100% eficientes, e, portanto, empatadas na abordagem BCC tradicional. Além da DMU eficiente nas duas metodologias (Revap, em 2009), em sete casos, as ordenações finais em ambas abordagens coincidem (Lubnor, em 2012; Univen, em 2012; Manguinhos, em 2011 e 2012; Riograndense, em 2009; Regap, em 2009; e Repar, em 2011). Contudo, é possível identificar alguns casos em que diferenças nas ordenações se sobressaem (e.g., Repar em 2012; Reduc, em 2010 e 2012; e Revap, em 2010 e 2011).

### 5. Conclusões

No presente artigo, realizou-se uma avaliação sobre o desempenho operacional das principais refinarias brasileiras, no período de 2009 a 2012.

Para tanto, aplicou-se uma abordagem DEA alternativa, proposta por Rubem *et al.* (2014), destinada à análise de eficiência de unidades produtivas que operam em escalas de produção diferentes. A abordagem utilizada combina o modelo, clusterização das unidades produtivas com uma adaptação do método *K-means* e compensação das diferenças de escala dos entre os *clusters*.

## PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

A motivação para a escolha dessa abordagem era evitar os inconvenientes associados à utilização do modelo BCC tradicional, comumente empregado quando as DMUs em análise operam sob diferentes escalas de produção.

Tabela 7 - Comparação dos resultados de eficiência e ordenação da abordagem de Rubem *et al.* (2014) com os do modelo BCC.

DMU	Ordenação	Abordagem de Rubem et al. (2014)	Ordenação	Modelo BCC	DMU	Ordenação	Abordagem de Rubem et al. (2014)	Ordenação	Modelo BCC
Dax Oil_2010	57	20,7%	1	100,0%	Regap_2012	14	94,8%	12	99,6%
Dax Oil_2011	55	39,5%	53	68,1%	RPBC_2009	12	95,1%	1	100,0%
Dax Oil_2012	52	58,0%	1	100,0%	RPBC_2010	19	92,0%	18	96,7%
Univen_2009	39	76,9%	42	80,2%	RPBC_2011	28	86,9%	26	91,4%
Univen_2010	10	95,9%	1	100,0%	RPBC_2012	23	89,8%	21	94,5%
Lubnor_2009	53	57,2%	55	61,7%	Refap_2009	18	92,3%	28	91,2%
Lubnor_2010	42	75,1%	40	81,1%	Refap_2010	32	82,9%	39	81,9%
Lubnor_2011	47	65,9%	50	71,1%	Refap_2011	38	77,6%	48	76,9%
Lubnor_2012	43	74,2%	43	80,1%	Refap_2012	35	81,0%	44	80,0%
Univen_2011	50	58,4%	56	60,8%	Repar_2012	2	100,0%	14	99,3%
Univen_2012	58	8,8%	58	9,2%	Repar_2009	25	89,3%	23	93,0%
Manguinhos_2010	56	23,5%	57	27,6%	Repar_2010	34	81,1%	36	84,4%
Manguinhos_2011	54	56,2%	54	65,9%	Repar_2011	20	91,9%	20	95,7%
Manguinhos_2012	51	58,3%	51	68,4%	Reduc_2009	22	89,9%	32	88,8%
Riograndense_2009	49	62,4%	49	74,9%	Reduc_2010	11	95,4%	22	94,2%
Riograndense_2010	48	64,4%	47	77,3%	Reduc_2011	16	93,5%	25	92,3%
Riograndense_2011	45	68,7%	38	82,5%	Reduc_2012	7	97,7%	19	96,5%
Riograndense_2012	44	73,0%	34	87,6%	Revap_2009	1	100,0%	1	100,0%
Reman_2009	29	86,8%	33	88,5%	Revap_2010	4	99,2%	15	99,2%
Reman_2010	24	89,3%	29	91,1%	Revap_2011	5	98,9%	16	98,9%
Reman_2011	21	90,7%	24	92,5%	Revap_2012	3	99,6%	1	100,0%
Reman_2012	40	76,5%	45	78,0%	RLAM_2009	33	81,2%	37	84,0%
Recap_2009	41	75,9%	46	78,0%	RLAM_2010	9	96,7%	1	100,0%
Recap_2010	46	66,4%	52	68,3%	RLAM_2011	26	87,8%	30	90,8%
Recap_2011	37	78,1%	41	80,3%	RLAM_2012	27	87,4%	1	100,0%
Recap_2012	8	96,9%	13	99,6%	Replan_2009	31	85,7%	27	91,2%
Regap_2009	17	92,7%	17	97,6%	Replan_2010	36	79,8%	35	85,0%
Regap_2010	13	94,9%	1	100,0%	Replan_2011	15	94,0%	1	100,0%
Regap_2011	30	86,1%	31	90,7%	Replan_2012	6	97,9%	1	100,0%

Os resultados de eficiência compensada (normalizada) obtidos mediante a aplicação da abordagem de Rubem *et al.* (2014) foram comparados àqueles obtidos por meio da aplicação do modelo BCC tradicional a todo o conjunto de DMUs. A partir dessa comparação, observou-se que a abordagem alternativa aumentou a discriminação entre as DMUs analisadas, tendo resultado em apenas uma DMU eficiente (Revap, em 2009), contra onze no



modelo BCC tradicional. Essa diferença deve-se, em parte, às eficiências por *default* presentes no modelo BCC e inexistentes quando se utiliza o modelo CCR, no qual se baseia a abordagem de Rubem *et al.* (2014).

Não obstante, a abordagem alternativa, tal como previamente ressaltado por Rubem *et al.* (2014), parece penalizar demasiadamente os resultados de eficiência. No caso específico deste estudo, em 83% dos casos, as pontuações de eficiência obtidas foram menores que na abordagem BCC tradicional.

Adicionalmente, e também corroborando os resultados reportados por Rubem *et al.* (2014), as ordenações finais de ambas abordagens foram bastante semelhantes, a menos dos empates do modelo BCC tradicional. Isso indica que, se o objetivo for a ordenação completa das DMUs, a abordagem de Rubem *et al.* (2014) apresenta a vantagem comparativa de gerar uma ordenação final com menos empates que o BCC.

Uma sugestão de trabalho futuro consiste em utilizar um método de clusterização alternativo, como, por exemplo, os Mapas Auto-Organizáveis (Kohonen, 1998), buscando superar as dificuldades encontradas com o *K-means*, no que se refere ao tamanho dos *clusters* resultantes.

### Referências

Ali, A. I. (1993). Streamlined computation for data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, v. 64, n. 1, p. 61-67.

Andrade, F. V. S.; Andrade, G. N.; Soares de Mello, J. C. C. B. (2014). Avaliação de investimento dos times de 3 ligas europeias de futebol com modelos DEA e clusters dinâmicos. *Pré-Anais do XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Salvador, BA.

Angulo-Meza, L.; Biondi Neto, L.; Soares de Mello, J. C. C. B.; Gomes, E. G. (2005). ISYDS - Integrated System for Decision Support (SIAD Sistema Integrado de Apoio à Decisão): A software package for data envelopment analysis model. *Pesquisa Operacional*, v. 25, n. 3, p. 493-503.

ANP - Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis. (2009). Anuário estatístico brasileiro do petróleo e do gás natural 2009. Disponível em: <<http://www.anp.gov.br/>>. Acesso em: 20 out 2014.

ANP - Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis. (2010). Anuário estatístico brasileiro do petróleo e do gás natural 2010. Disponível em: <<http://www.anp.gov.br/>>. Acesso em: 20 out 2014.

ANP - Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis. (2011). Anuário estatístico brasileiro do petróleo e do gás natural 2011. Disponível em: <<http://www.anp.gov.br/>>. Acesso em: 20 out 2014.

## PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

ANP - Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis. (2012). Anuário estatístico brasileiro do petróleo e do gás natural 2012. Disponível em: <<http://www.anp.gov.br/>>. Acesso em: 20 out 2014.

Banker, R. D.; Charnes, A.; Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, v. 30, n. 9, p. 1078-1092.

Banker, R. D.; Charnes, A.; Cooper, W. W.; Swarts, J.; Thomas, D. (1989). An introduction to data envelopment analysis with some models and their uses. *Research in Governmental and Non-Profit Accounting*, v. 5, 125-163.

Benício, J.; Soares de Mello, J. C. C. B. (2014). Retornos de escala em DEA: Críticas ao BCC e novo modelo. *Temiminós Revista Científica*, v. 4, n. 2, p. 42-61.

Bertoloto, R. F.; Soares de Mello, J. C. C. B. (2011). Eficiência de portos e terminais privativos brasileiros com características distintas. *Journal of Transport Literature*, v. 5, n. 2, p. 4-21.

Charnes, A.; Cooper, W. W.; Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, v. 2, n. 6, p. 429-444.

Correia, T. C. V. D.; Soares de Mello, J. C. C. B.; Angulo-Meza, L. (2011). Eficiência técnica das companhias aéreas brasileiras: um estudo com análise envoltória de dados e conjuntos nebulosos, *Production Journal*, v. 21, n. 4, p. 676-683.

Golany, B.; Thore, S. (1997). Restricted best practice selection in DEA: An overview with a case study evaluating the socio-economic performance of nations. *Annals of Operations Research*, v. 73, p. 117-140.

Gomes, E. G.; Soares de Mello, J. C. C. B.; Freitas, A. C. R. (2012). Efficiency measures for a non-homogeneous group of family farmers. *Pesquisa Operacional*, v. 32, n. 3, p. 561-574.

Gomes Júnior, S. F.; Rubem, A. P. S.; Soares de Mello, J. C. C. B.; Angulo-Meza, L. (2015). Evaluation of Brazilian airlines nonradial efficiencies and targets using an alternative DEA approach. *International Transactions in Operational Research*. DOI: 10.1111/itor.12162.

Gomes Júnior, S. F.; Soares de Mello, J. C. C. B.; Angulo-Meza, L. (2013). DEA nonradial efficiency based on vector properties. *International Transactions in Operational Research*, v. 20, n. 3, p. 341-364.

Kohonen, T. (1998). The self-organizing map. *Neurocomputing*, v. 21, n. 1, p. 1-6.

Lins, M. P.; Angulo-Meza, L. (2000). Análise envoltória de dados e perspectivas de integração no ambiente de apoio à decisão. Editora da COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.

Maciel, G. S.; Lima, G. B. A.; Angulo-Meza, L.; Gomes Júnior, S. F. (2014). Avaliação de processos licitatórios de embarcações de apoio marítimo offshore com utilização de análise envoltória de dados. *Journal of Transport Literature*, v. 8, n. 4, p. 329-349.

MacQueen, J. B. (1967). Some methods for classification and analysis of multivariate observations. *Proceedings of the 5th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, University of California Press, v. 1, p. 281-297.

## PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Moura, A. L.; Santos, B. M. F.; Andrade, E. P.; Soares de Mello, J. C. C. B. (2014). Modelagem DEA para avaliação de eficiência de terminais aquaviários de transferência e estocagem de petróleo. Relatórios de Pesquisa em Engenharia de Produção da UFF, série C, v. 14, n. C2, p. 11-22.

Nascimento Pimenta, H. L.; Soares de Mello, J. C. C. B. (2005). Modelo Fuzzy-DEA-Savage para análise de eficiência do parque de refino brasileiro. Relatórios de Pesquisa em Engenharia de Produção da UFF.

Podinovski, V. V.; Thanassoulis, E. (2007). Improving discrimination in data envelopment analysis: Some practical suggestions. *Journal of Productivity Analysis*, v. 28, n. 1-2, p. 117-126.

Rifkin, J. (2003). *A economia do hidrogênio*. São Paulo: M. Books. 301p.

Rubem, A. P. S.; Moura, A. L.; Soares de Mello, J. C. C. B.; Santos, B. M. F. (2014). Avaliação de empresas aéreas com modelo de Análise Envoltória de Dados clusterizado pela escala de operação. Anais do XXVII Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino em Transporte, Curitiba, PR.

Soares de Mello, J. C. C. B.; Angulo-Meza, L.; Gomes, E. G.; Serapião, B. P.; Lins, M. P. E. (2003). Análise de envoltória de dados no estudo da eficiência e dos benchmarks para companhias aéreas brasileiras. *Pesquisa Operacional*, v. 23, n. 2, p. 325-345.

Soares de Mello, J. C. C. B.; Angulo-Meza, L.; Silveira, J. Q.; Gomes, E. G. (2013). About negative efficiencies in cross evaluation BCC input oriented models. *European Journal of Operational Research*, v. 229, n. 3, p. 732-737.