



Rio de Janeiro, v.6, n.3, p.332-342, setembro a dezembro de 2014

EXPERIÊNCIA NUMÉRICA NA MAXIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO E RECEITA AGRÍCOLA DO MELOEIRO E DA ALFACE AMERICANA

Angel Ramon Sanchez Delgadoa*, Sergio Drumond Venturaa

^aUniversidade Federal Rural do Rio de Janeiro – UFRRJ, Rio de Janeiro-RJ, Brasil

Resumo

Neste trabalho apresenta-se um procedimento computacional para determinar a solução ótima da combinação insumo-produto que maximiza a produção e a receita agrícola separadamente, sujeita às restrições dos insumos e a uma estrutura de custos e preços dada, utilizando o Método Barreira Logarítmica (MBL) para programação não linear. Com sua utilização é possível visualizar a convergência à solução ótima da produtividade ou receita líquida. A cada iteração é dada ciência do progresso das soluções aproximadas geradas, e da região onde se encontram valores ótimos de ambos os problemas. Procurando-se avaliar a proposta metodológica aqui desenvolvida, realizamos uma experiência numérica com base nos dados apresentados na literatura para as culturas alface americana e meloeiro, e comparamos os resultados com os obtidos ao aplicar o solver global MCS (Multilevel Coordinate Search) de domínio público e que trabalha diretamente com as restrições do problema. Os resultados finais foram praticamente os mesmos.

Palavras-Chave: função resposta, programação não linear, trajetória central.

Abstract

In this work we introduce a computational procedure that determines the optimal solution of the combination of income-product that maximizes the production and the farm income separately, subject to income restrictions and structures of given costs and prices, using the Method of Logarithmic Barrier (MLB) from nonlinear programming. With this procedure we were able to visualize the convergence to the optimal solution for productivity or net-income. At each iteration, besides the progress of the approximate solutions, we were able to realize the regions where these solutions were located. In order to evaluate the proposed method developed here, we performed a numerical experiment based on the data presented in the literature regarding the crops of american lettuce and melon, and we compared the results obtained with those obtained by applying the global solver MCS (Multilevel Coordinate Search), which is in public domain, and works directly with the problem constraints. The final results were in practice the same.

Keyworlds: response function, nonlinear programming, and central path.

*Autor para correspondência: e-mail: asanchez@ufrrj.br

1. Introdução

Entende-se por função de produção agrícola ou resposta, como aquela que expressa à relação física entre as quantidades utilizadas de certo conjunto de insumos e as quantidades físicas máximas que se podem obter do produto, para uma dada tecnologia usada. O emprego das funções respostas à produção e receita líquida na análise dos resultados de experiências agrícolas é bastante difundido (Frizzone et al., 1995; Bertonha et al., 1999; Pereira et al, 2003; Frizzone et al., 2005; Monteiro et.al., 2006; Monteiro et.al., 2007; Peixoto et.al., 2007; Marques Silva et.al., 2008; Carvalho et al., 2009; Delgado et al., 2012). Em geral, o problema é encontrar uma solução ótima da combinação insumo-produto, que maximize a produção e a receita líquida separadamente, sujeita às restrições de recursos pré-fixadas e a uma estrutura de custos e preços dada.

Segundo Frizzone et al.(2005), existem duas maneiras ou formas internacionais de calcular o benefício de uma produção agrícola: pelo aumento bruto da produção; ou seja, a soma dos aumentos de produção por produto, multiplicada pelos respectivos preços ao produtor e pelo aumento do benefício líquido parcelar; ou seja, o incremento do valor bruto da produção menos o aumento dos custos dessa produção. Vamos supor que o benefício é proporcional ao preço da cultura vezes a produção em função da lâmina de água e do nitrogênio. Nesse caso, a receita líquida é o benefício menos o custo da água vezes a lâmina de água, menos o custo do nitrogênio vezes a correspondente dose, e o problema a ser tratado é a maximização da receita líquida com insumos (água-nitrogênio) limitados.

A avaliação econômica da produção envolve a quantificação da produtividade em resposta ao total de insumos aplicados. A água e o nitrogênio são fundamentais para o desenvolvimento das culturas, e quando são correlacionadas com a produção obtida, tem-se a função de produção água-nitrogênio-cultura. Se estas funções fossem conhecidas com precisão, seria possível selecionar com exatidão o nível ótimo de água e nitrogênio para uma situação em particular; mais tais funções estão restritas a grandes variações dificultando as previsões. Variações climáticas, atributos físicos do solo, uniformidade de distribuição da água pelo sistema de irrigação e muitos outros fatores, fazem difícil prever a produtividade das culturas. Na prática se geram regressões lineares para representar "boas aproximações" das funções de produção. A qualidade do ajustamento, que indica a proporção de variação da função é indicada por uma unidade descritiva conhecida como coeficiente de determinação (r^2).

O manejo adequado da água é fundamental, considerando que o setor agrícola é o maior consumidor de água e que os recursos hídricos são essenciais e estratégicos no desenvolvimento

da agricultura. Segundo Figueiredo, et al.(2008), uma mudança fundamental deverá ocorrer nas práticas da irrigação nos próximos anos, em decorrência das pressões econômicas sobre os agricultores, da crescente competição pelo uso dos recursos e dos impactos ambientais da irrigação. Eles acham que tais fatores deverão motivar uma mudança do paradigma da irrigação, enfocando-se mais a eficiência econômica do que a demanda de água das culturas. Considerando que na atualidade os custos de adubação nitrogenada; especificamente nitrogênio (N), são cada vez mais variáveis e que a demanda no Brasil cresce a cada dia, é necessário que sejam respeitadas as questões ambientais referentes à preservação dos solos, como peça fundamental para uma agricultura sustentável.

Neste artigo apresenta-se um procedimento computacional que maximiza a produção e a receita líquida (separadamente) em função da água e do nitrogênio, dentro de uma caixa bidimensional de restrições e baseado na Metodologia Barreira Logarítmica (MBL). O MBL é o mais antigo método de pontos interiores, com prestígio radicalmente incrementado após a revolução que se seguiu ao trabalho de Karmarkar (1984).

O MBL é um processo de penalização. Nele, a não satisfação (ou o "risco de não satisfação") de uma restrição é sancionada com um acréscimo na função objetivo, de maneira que a função que define a restrição é eliminada como tal e substituída por um termo introduzido no objetivo, que tende a menos infinito quando o ponto se aproxima da fronteira do conjunto factível. As estratégias de penalização estão vivas na otimização contemporânea por sua simplicidade e capacidade de se enriquecer automaticamente com os progressos realizados na resolução de problemas mais simples. Considerando que em nosso caso, o parâmetro de penalidade não é muito grande, fica garantida a estabilidade numérica. A fim de avaliar o desempenho metodológico é apresentada uma experiência numérica realizada com base nos dados apresentados por Marques Silva et.al.(2008), para alface americana e por Monteiro et.al. (2007), para a cultura do meloeiro. Comparando os resultados numéricos com os obtidos ao aplicar o solver global MCS (Huyer W. & Neumaier A., 1998) de domínio público e que trabalha diretamente com as restrições do problema, os resultados finais foram praticamente os mesmos.

2. Material e Métodos

Seja y(w,n) a função resposta de uma determinada cultura (kg ha⁻¹) em relação à lâmina de água w (mm) e dose de nitrogênio n (kg ha⁻¹), em geral uma função não linear, e w_i

, w_u , n_l , n_u limitantes inferiores e superiores de w e n , respectivamente, sendo $w_l \ge 0$, $n_l \ge 0$, $w_u > w_l$, $n_u > n_l$. Neste trabalho, o primeiro problema a considerar é:

Maximizar
$$y(w, n)$$
; sujeito a $w_l \le w \le w_u$, $n_l \le n \le n_u$

O problema se caracteriza como sendo um problema de programação não linear (PPNL) na caixa bidimensional de limitações $[w_l, w_u]x[n_l, n_u]$ (Bertsekas 2004). Outro problema interessante de estudar na otimização agrícola com limitações hídricas e de adubação nitrogenada é a maximização da receita agrícola líquida obtida do plantio de uma determinada cultura. Considerando que o beneficio é proporcional ao preço vezes a produtividade, procurase então:

Maximizar
$$RLQ(w,n) = p_c y(w,n) - c_w w - c_n n$$
; sujeito a $w_l \le w \le w_u$, $n_l \le n \le n_u$;

Onde p_c representa o preço da cultura (R\$ kg⁻¹), c_w o custo de água (R\$ mm⁻¹ ha⁻¹), c_n o custo do nitrogênio (R\$ kg⁻¹) e RL(w,n) a receita líquida obtida do plantio (R\$ ha⁻¹). Em adiante, $y(w,n) = aw^2 + bwn + cn^2 + dw + en + f$, sendo $a,b,c,d,e,f \in Rea,c < 0$.

Conceitualmente o procedimento implantado funciona da seguinte maneira: fixado um parâmetro $\mu > 0$ e incorporando as restrições que definem a caixa bidimensional na função objetivo através de uma função "barreira logarítmica", resolve-se o PPNL irrestrito:

Maximizar
$$\phi_{\mu}(w,n) (\psi_{\mu}(w,n))$$
 (1)

em que: $\phi_{\mu}(w,n) = y(w,n) + \mu B(w,n)$ para o problema de maximização da produção e $\psi_{\mu}(w,n) = RLQ(w,n) + \mu B(w,n)$, quando procuramos determinar a máxima receita líquida. Em ambos os casos, $B(w,n) = \log(w_u - w) + \log(w - w_1) + \log(n_u - n) + \log(n - n_1)$. Em seguida faz-se um decréscimo de μ e o processo é repetido até que um critério de parada seja satisfeito. Para cada $\mu > 0$, o máximo de $\phi_{\mu}(w,n)$ (ou $\psi_{\mu}(w,n)$) é alcançado em um ponto interior e quando μ tende a zero este se move até um ponto próximo da solução ótima do problema (1).

Mais ainda, o conjunto $T_c = \{(w,n) = (w(\mu), n(\mu): (w,n)resolve (1))\}$ define uma curva suave denominada trajetória central associada à produção da cultura para o caso de $\phi_u(w,n)$ e trajetória central associada à receita líquida para $\psi_u(w,n)$ (ver Carvalho et al.2009).

A implementação computacional do método iterativo proposto foi realizada na linguagem octave. Inicialmente são dados os valores dos parâmetros que definem a função resposta ou de produção $(a,b,c\in R)$, o parâmetro que define a trajetória central $(\mu>0)$, um ponto inicial interior (ponto médio da caixa bidimensional de restrições) e dois parâmetros suficientemente pequenos associados à redução do parâmetro de penalidade logarítmica e à condição de parada. Seguidamente verifica-se se a condição de parada (brechas associadas à viabilidade dual e folgas complementares) tem sido reduzida suficientemente. Caso contrário, calcula-se uma direção Newton e um tamanho de passo. Atualizam-se os pontos soluções, achase uma redução do parâmetro de penalidade e finalmente calcula-se novamente a condição de parada.

Para pesquisar o desempenho do procedimento implantado, foram selecionadas as culturas alface americana (Marques Silva et.al. 2008) (equação 2) e meloeiro (Monteiro et.al. 2007) (equação 3).

$$y(w,n) = -12.490 + 388.1w - 6.02n - 1.042w^2 - 0.04563n^2 + 0.1564wn$$
 (2)

Na qual y(w, n) = Produtividade da alface em kg. ha^{-1} ; $r^2 = 0.8311$.

w = Lâmina de água, em mm;

n =Dose de nitrogênio, em kg. ha^{-1}

Caixa: [0, 250]X[100, 240].

$$y(w,n) = 34,16737n + 70,77509w - 0,05781w^2 - 0,07612n^2$$
(3)

Na qual y(w, n) = produtividade de melão em kg. ha^{-1} ; $r^2 = 0.9962$.

w = Lâmina de água, em mm;

 $n = \text{Dose de nitrogênio, em; kg.} ha^{-1}$

Caixa: [0, 700]X[0, 350].

O preço adotado para alface americana foi de R\$ 0,80 kg⁻¹. O custo para água de R\$ 0,44 mm. ha⁻¹ e para nitrogênio R\$2,09 kg⁻¹. Já para o melão foi calculado um preço de R\$ 0,40 kg⁻¹ e de R\$ 0, 134 mm. ha⁻¹ para água. Na época o preço do nitrogênio foi de R\$ 2,33 kg⁻¹.

Note que o coeficiente de determinação (r^2) da alface americana indica que 83,11% da variação do rendimento em função dos níveis de água e nitrogênio podem ser explicadas pela eq. 2. Analogamente para a cultura do melão, a eq. 3, indica 99,62% de ajuste.

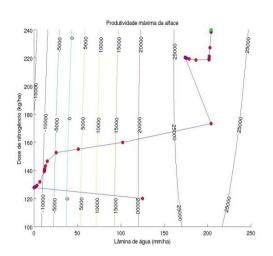
3. Resultados e Discussão

Para a cultura alface americana, o valor da produtividade máxima após a implantação do procedimento proposto, foi de 26.903 kg. ha⁻¹, com 204,24 mm.ha⁻¹ de água e 240,00 kg. ha⁻¹ de nitrogênio (ver Figura 1). O mesmo procedimento aplicado à maximização da receita líquida permitiu obter um ganho bruto de R\$ 20.931 por hectare com 203,98 mm.ha⁻¹ de água e 240 kg. ha⁻¹ de nitrogênio (ver Figura 2). Os resultados são compatíveis com os obtidos em Marques Silva et.al. (2008), onde foi registrada uma produtividade de 27.004,49 kg. ha⁻¹ com 208,03 mm de água e 290,50 kg. ha⁻¹ de nitrogênio.

Já em relação ao menor valor médio da produção comercial foram obtidos 16.407,03 kg. ha⁻¹, com 99,99 mm. ha⁻¹ de água e 105,41 kg. ha⁻¹ de nitrogênio. Em Marques Silva et.al. (2008), obteve-se uma resposta de 13.814,25 kg. ha⁻¹com menor lâmina de água (91,99 mm. ha⁻¹). Essa produtividade é inferior àquela obtida no tratamento com dose 0 kg ha⁻¹ de nitrogênio, cuja produtividade média foi de 19.943,70 kg ha⁻¹. Respeito aos resultados obtidos pelo o MCS, obteve-se uma produtividade de 26.902,80 kg.ha⁻¹, com 204, 24 mm.ha⁻¹ de água e 240 kg ha⁻¹ de nitrogênio.

A máxima receita líquida obtida pelo procedimento baseado no MBL foi de R\$ 20.931 por hectare com 203,98 mm.ha⁻¹ de água e 240 kg. ha⁻¹ de nitrogênio. Também a receita líquida obtida pelo MCS, foi de R\$ 20.930,80 com 203,98 mm.ha⁻¹ de água e 240 kg.ha⁻¹ de nitrogênio.

Na Figura 1, pode-se observar um pequeno esboço da trajetória central gerada pelos pontos do plano próximos dos pontos $(w(\mu), n(\mu))$ que resolvem aproximadamente (1), para cada $\mu > 0$ fixo no caso das curvas de isoprodutos de y(w, n); como também os pontos do espaço próximos dos pontos da trajetória central $(w(\mu), n(\mu), y(w(\mu), n(\mu))$ (para cada $\mu > 0$ fixo), no caso do gráfico da função y(w, n) e $(w(\mu), n(\mu), RL(w(\mu), n(\mu))$, no caso do gráfico da função RL (w, n). Note que a sequencia de pontos gerada pelo procedimento proposto para determinar a máxima produtividade da alface americana, converge à solução ótima (204, 24; 240,00; 26.903) (Figura 1).



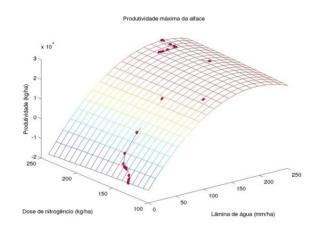
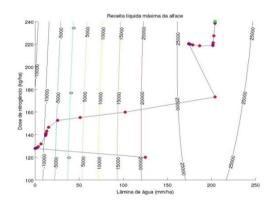


Figura 1 - Curvas de contorno da função y(w, n), pontos do espaço no gráfico da função objetivo y(w, n) e trajetória central associada à produtividade da alface americana com restrições de água e nitrogênio.

No caso da maximização da receita líquida, a sequencia converge ao ponto (203,98; 240; 20.931) (Figura 2).



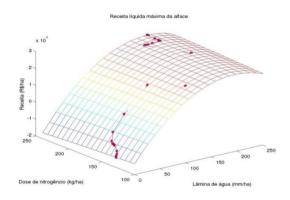


Figura 2 - Curvas de contorno da função RLQ(w,n), pontos do espaço no gráfico da função objetivo RLQ(w,n) e trajetória central associada à receita líquida da alface americana com restrições de água e nitrogênio.

Em relação à cultura do meloeiro e usando-se o procedimento baseado no MBL, obteve se uma produção máxima de 25.496 kg.ha⁻¹ com 612,14 mm.ha⁻¹ de água e 224,40 kg.ha⁻¹ de nitrogênio (Figura 3). A maximização da receita líquida permitiu obter um ganho de R\$ 9.638,20 ha⁻¹ com 609,23 mm.ha⁻¹ de água e 186, 17 kg.ha⁻¹ de nitrogênio (Figura 4).

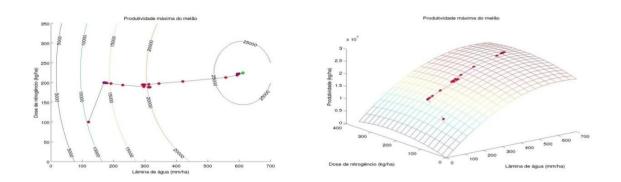


Figura 3 - Curvas de contorno da função y(w, n), pontos do espaço no gráfico da função objetivo y(w, n) e trajetória central associada à produtividade do meloeiro com restrições de água e nitrogênio.

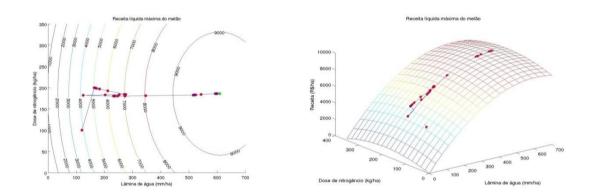


Figura 4 - Curvas de contorno da função RLQ(w,n), pontos do espaço no gráfico da função objetivo RLQ(w,n) e trajetória central associada à receita líquida do meloeiro com restrições de água e nitrogênio.

Em Monteiro et.al. (2007), foi registrada uma produtividade máxima de 25.384,30 kg.ha⁻¹ com 609,2 mm.ha⁻¹ de água e 186,23 kg.ha⁻¹ de nitrogênio. Tendo em vista o custo de produção da cultura (R\$ 5.400), os custos fixos (R\$ 885) e os custos com água e nitrogênio, que para a maximização da receita líquida seriam de R\$ 515,48, a receita líquida máxima seria de R\$ 3.353,24 por hectare.

Respeito aos resultados obtidos pelo o MCS, obteve-se uma produtividade de 25.496,08kg. ha⁻¹, com 612,14 mm.ha⁻¹de água e 224,43 kg ha⁻¹ de nitrogênio. A receita líquida foi de R\$ 9.638,25 por hectare com 609,24 mm. ha⁻¹ de água e 186,17 kg. ha⁻¹ de nitrogênio.

Pode-se observar através das Figuras 3 e 4, que as trajetórias centrais associadas à produtividade e receita líquida máximas, dirigem-se aos pontos (612,14; 224,40; 25.496) e (609,23; 186,17;9.638,20) respectivamente.

A vantagem de utilizar uma metodologia que segue iterativamente a trajetória central (como o MBL) é que ela permite visualizar a convergência à solução ótima da produtividade ou receita líquida, quando μ decresce até uma tolerância predeterminada. Mais ainda, a cada iteração é dada ciência do progresso das soluções aproximadas geradas, e da região onde se encontram valores ótimos dos problemas de produção e receita líquida. Além disso, o parâmetro de penalidade μ permite conhecer (para um número pequeno de iterações), a partir de que valor não é possível melhorar o valor da função objetivo. Isso faz com que se possa aplicar o procedimento implantado parcialmente, alcançando assim um bom desempenho computacional.

4. Conclusões

Com base nos resultados obtidos na maximização da produtividade e da receita líquida com limitações de insumos (água e nitrogênio), conclui-se que:

- I. Com a aplicação de 204,24 mm.ha⁻¹ de água e 240 kg.ha⁻¹ de nitrogênio, o procedimento baseado no MBL alcançou uma produtividade de 26.903 kg.ha⁻¹ para a cultura alface americana. Em Marques Silva et al. (2008), foi registrada uma produtividade máxima de 27.004,49 kg.ha⁻¹ com 208,03 mm de água e 290,50 kg.ha⁻¹ de nitrogênio. Já o MCS registrou uma produtividade de 26.902,80 kg.ha⁻¹ com 204,24 mm de água e 240 kg.ha⁻¹ de nitrogênio;
- II. Para o meloeiro; usando 612,3 mm.ha⁻¹ de água e 224,3 kg.ha⁻¹ de nitrogênio, obtevese uma produção máxima de 25.496 kg.ha⁻¹. Em Monteiro et.al. (2007) foram 25.384,3 kg.ha⁻¹ com 609,2 mm.ha⁻¹ de água e 186,23 kg.ha⁻¹ de nitrogênio, e utilizando o solver global MCS, 25.496,08 kg.ha⁻¹ com 612,14 mm.ha⁻¹ de água e 224,43 kg.ha⁻¹ de nitrogênio;
- III. Utilizando o procedimento proposto e o solver global MCS, foi obtida uma receita líquida máxima de R\$ 20.931 ha⁻¹ com 203,98 mm.ha⁻¹ de água e 240 kg.ha⁻¹ de nitrogênio para alface americana. Já para o meloeiro, obteve-se R\$ 9.638 ha⁻¹ com 609,23 mm.ha⁻¹ de água e 186,17 kg.ha⁻¹ de nitrogênio. Nesse caso não consideramos custos de produção e custos fixos como foi considerado em Monteiro et.al. (2007);
- IV. Em relação ao menor valor médio da produção comercial da alface americana foram obtidos 16.407,03 kg.ha⁻¹, com 99,99 mm.ha⁻¹ de água e 105,41 kg.ha⁻¹ de nitrogênio.

Em Marques Silva et.al. (2008), obteve-se uma resposta de 13.814,25 kg.ha⁻¹ com a menor lâmina de água (91,99 mm.ha⁻¹).

Referencias

Bertonha, A.; Frizzone, J. A.; Martins, E. N.; Irrigação e adubação nitrogenada na produção de laranjapêra. Acta Scientiarun, Maringá, v.1, n.3, p. 537-542, 1999.

Bertsekas, D.P.; Nonlinear programming. Ed. Athena Scientific, 780 p., 2004.

Carvalho, D. F.; Delgado, A. R. S.; Oliveira, R. F.; Silva, W. A.; Forte, V. L.; Maximização da produção e da receita agrícola com limitações de água e nitrogênio utilizando método de pontos interiores. Engenharia Agrícola, Jaboticabal, v.29, n.2, p.321-327, 2009.

De Figueiredo Garcia, M.; Frizzone, J. A.; Pitelli, M. M.; Rezende R.; 2008. Lâmina ótima de irrigação do feijoeiro, com restrição de água, em função do nível de aversão ao risco do produtor. Acta Sci. Agron., Maringá, v.30,n.1,p. 81-87, 2008.

Delgado, A. R. S.; Da Silva Araújo, W; Carvalho D. F.; DO Forte Leal, V. P.; Planejamento da agricultura irrigada no Norte Fluminense, utilizando diferentes técnicas de programação matemática. Revista Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento, v. 4, n.3, p.249-256, 2012.

Frizzone, J. A.; Andrade Junior, A. S. de; Souza, J. L. M. de; Zocoler, J. L.; Planejamento da irrigação. Análise de decisão de investimento. 1. Ed. Brasília: Embrapa Informação Tecnológica, 627 p., 2005.

Frizzone, J. A.; Teodoro, R. E. F.; Pereira A. S.; Botrel, T. A.; Lâmina de água e doses de nitrogênio na produção de aveia (Avena sativa L) para forragem. Sci. Agric. Piracicaba, v. 52, n.3, p. 578-586, 1995.

Huger, W.; Neumaier, A.; Global optimization by multilevel coordinate search. Kluwer Academic Publishers. p. 1-28, 1998.

Karmarkar, N.; A new polynomial-time algorithm for linear programming. Combinatorica, Berlin, v.4, n.2, p.373-395, 1984.

Marques Silva, P. A.; Pereira Magela, G.; Reis, R.; Lima, L. A.; Taveira J. H.; Função de resposta da alface americana aos níveis de água e adubação nitrogenada. Ciênc. Agrotec., v. 32, n.4, p.1266-1271, 2008.

Monteiro, R. O. C.; Colares, D. S.; Costa T. R. N.; Leão, M. C. S.; de Aguiar, J. V.; Função de resposta do meloeiro a diferentes lâminas de irrigação e doses de nitrogênio. Hortic. Bras. v. 24, n. 4, p.455-459, 2006.

Monteiro, R. O. C.; Nonato Távora R.; Leão Saraiva C.; de Aguiar Vanglésio J.; Aspectos econômicos da produção de melão submetido a diferentes lâminas de irrigação e doses de nitrogênio. Irriga, Botucatu, v.12, n.3, p.364-376, 2007.

Peixoto de Castro R.; Nonato Távora, R.; DA Silva Clemente A. L.; Gomes Filho, R.; Modelos de decisão para otimização econômica do uso da água em áreas irrigadas da fazenda experimental Vale do Curu, Pentecoste-CE. Irriga, Botucatu, v.12, n.3, p.377-392, 2007.

Pereira, O. C. N.; Bertonha, A.; Freitas, P. S. L. de; Gonçalves, A. C. A.; Rezende, R.; Silva, F. A. da; 2003. Produção de alface em função de água e nitrogênio. Acta Scientiarum Agronomy, Maringá, v. 25, n.2, p. 381-387, 2003.