

PLANEJAMENTO DA AGRICULTURA IRRIGADA NO NORTE FLUMINENSE, UTILIZANDO DIFERENTES TÉCNICAS DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

Angel Ramon S. Delgado

Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
asanchez@ufrj.br

Wilson Araújo da Silva

Centro de Estudos Superiores de Imperatriz
Universidade Estadual do Maranhão
wilsonufrj@yahoo.com

Daniel Fonseca de Carvalho

Instituto de Tecnologia, Departamento de Engenharia
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
carvalho@ufrj.br

Vinícius Leal do Forte

Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
vlforte@cos.ufrj.br

Resumo

O êxito econômico da agricultura irrigada depende do manejo racional dos insumos que proporcionam a receita ótima de cultivos planejados. O objetivo deste trabalho foi construir um modelo de programação matemática para a obtenção da receita líquida maximizada com limitações de água e terra em uma área de aproximadamente 25 km² do projeto de irrigação e drenagem (PROJIR) do Instituto do Açúcar e do Alcool, IAA/PLANALSUCAR, localizada no município de Campos dos Goytacazes no norte do estado do Rio de Janeiro (RJ) e utilizando as respostas de produção em função da lâmina de água das culturas maracujazeiro, cana-de-açúcar, abacaxi e mamoeiro. A pesquisa também objetivou comparar duas metodologias que geram padrões de cultivos com máxima receita líquida; Programação Separável (PS) e Lagrangeano Aumentado (LA). Logo da implantação dos programas na linguagem MATLAB e a análise dos resultados numéricos obtidos, pode-se concluir que o método do LA pode ser considerado como uma alternativa interessante do método tradicional de PS que maximiza a receita líquida com recursos limitados.

Palavras-chave: funções de produção, planejamento da agricultura, padrão de cultura.

Abstract

The economical success of the irrigated agriculture is dependent of the inputs management that provide the largest net income of the crop planned. The present work aims to build a mathematical model for obtaining the maximized net income, using crop production functions for the passion fruit plant, sugarcane, pineapple and papaya. The work was developed in an area drained by the Muriae River (25 km²), contained in PROJIR (Irrigation and Drainage Project of the Sugarcane in the North-Fluminense Area of the Rio de Janeiro State), project executed by the Institute of the Sugar and of the Alcohol, through PLANAL SUCAR. The study also compared two different methodologies for obtaining of the net income using the proposed mathematical model: Separable Linear Programming (SP) and the No Linear Programming using the Augmented Lagrangian Methods (LA). With base in the results obtained can be ended that the developed mathematical model was efficient in the determination of the income it liquidates maxim of the studied cultures and that the Augmented Lagrangian method was efficient in the resolution of the objective function of the proposed mathematical model, could be an alternative to the traditional methods.

Keywords: production functions, planning of the agriculture, culture pattern.

1. INTRODUÇÃO

Vários fatores referentes ao solo, à planta e à atmosfera interagem entre si, determinando a produtividade das culturas agrícolas. Certamente existe uma relação funcional entre esses fatores e a produção das culturas, características de cada condição ambiental (REICHART et al., 2004). A resposta das culturas à irrigação pode variar em diferentes tipos de solos, climas e também em decorrência da quantidade e frequência de aplicação de água. O efeito da água na produção pode ainda interagir com fertilizantes e uma série de outros insumos (MONTEIRO et al., 2006; FURTADO 2001; SILVA MARQUES et al., 2008). A função de produção é a relação física entre as quantidades utilizadas de certo conjunto de insumos e as quantidades físicas máximas que podem ser obtidas do produto, para uma dada tecnologia conhecida. A avaliação econômica da irrigação freqüentemente envolve a quantificação da produtividade em resposta ao total de água aplicada (geralmente uma função não linear).

Na literatura da otimização agrícola é usual supor que o benefício é proporcional ao preço da cultura vezes a produção em função da lâmina de água. Nesse caso, a receita obtida é o benefício menos os custos, vezes a área plantada. Os custos se dividem em custo de água, que é o produto do valor unitário da água pelo volume aplicado, e um custo fixo de produção, que independe da quantidade de água utilizada (ENGLISH et al., 1990; FRIZZONE et al., 1997; ANDRADE JUNIOR et al., 2001; SANCHEZ DELGADO et al., 2004; BORGES JÚNIOR et al., 2008; CARVALHO et al., 2009). Em geral, em um planejamento agrícola com irrigação, procura-se maximizar a receita líquida sujeito a limitações de água, terra e mercado. Tal situação representa um problema de programação matemática (PPM), linear ou não linear. Nos últimos anos esse processo de modelagem tem sido utilizado em diversas áreas da ciência e em função dos avanços computacionais, cada vez mais se tem buscado utilizar ferramentas que procuram maximizar lucros e minimizar custos, tornando a otimização agrícola uma área de pesquisa bastante atraente (BAIO et al., 2004; OJIMA et al., 2006). Como a maior parte dos modelos matemáticos é resolvida por meio de computadores e os problemas gerados são cada vez maiores e de resolução complexa, deve-se procurar métodos mais eficientes para resolvê-los (JUSSIANI, 2004).

A agricultura irrigada freqüentemente se defronta com funções de produção não lineares, indicando a obtenção de retornos decrescentes ao fator variável. Essas funções podem ser tratadas por aproximações lineares e a otimização pode ser feita utilizando-se a técnica de programação separável (PS). Essa abordagem permite transformar um problema de programação não linear em um problema de programação linear, possível de ser resolvido usando o conhecido método SIMPLEX (FRIZZONE et al., 2005).

No Brasil, alguns estudos foram realizados utilizando programação linear separável aplicada à otimização de projetos hidroagrícolas, podendo citar, como exemplo, o trabalho de FRIZZONE et al. (1997), que desenvolveram um modelo de programação linear separável considerando um conjunto de fatores técnicos que influenciavam na rentabilidade de um projeto de irrigação. O modelo teve como função objetivo a maximização da receita líquida e foi assumido que as funções de resposta das culturas à irrigação disponíveis representavam adequadamente as relações água-produção. O modelo de programação linear separável foi equacionado genericamente de forma a indicar o uso racional do recurso hídrico num projeto de irrigação e foram desenvolvidas equações específicas e aplicadas a um caso específico no Projeto de Irrigação Senador Nilo Coelho, localizado em Petrolina – PE.

Na busca de técnicas não convencionais de otimização agrícola que trabalhem diretamente com a função objetivo (evitando, por exemplo, linearização por partes), desenvolveu-se um procedimento baseado no método do Lagrangeano Aumentado (LA) que também determina padrões de cultivos com máxima receita líquida e limitações de água e terra. O LA é um processo iterativo onde em cada iteração resolve-se um problema irrestrito, isto é, o método resolve um PPM restrito através de uma seqüência de subproblemas irrestritos. Neste caso, a função objetivo de cada problema irrestrito é formada por três parcelas: a primeira correspondente à função objetivo do problema original; a segunda que corresponde à

penalização das restrições do problema e a terceira correspondente aos multiplicadores de Lagrange e que representam a dualidade do problema. Em resumo, o LA é um procedimento de “penalização” no qual, o risco de não satisfação de uma restrição é sancionado com um acréscimo na função objetivo, de modo que a função que define a restrição seja eliminada e substituída por outro termo na função objetivo. Em cada iteração resolve-se o correspondente problema irrestrito e atualizam-se os parâmetros de penalidade e os multiplicadores de Lagrange. (BERZETKAS, 2004).

Desenvolveu-se este trabalho com o objetivo de determinar um programa não linear que modele a geração de padrões de cultivos em uma área de aproximadamente 25 km² do projeto PROJIR, localizado no Município de Campos de Goytacazesm região norte do Estado do Rio de Janeiro (RJ), utilizando funções de respostas do maracujazeiro, cana-de-açúcar, abacaxi e mamoeiro. A pesquisa também objetivou comparar duas metodologias que geram padrões de cultivos com máxima receita líquida: Programação Separável (PS) e Lagrangeano Aumentado (LA).

2. MATERIAL E MÉTODOS

No planejamento agrícola com limitações de água e terra procura-se selecionar as culturas e os meses de plantio em um perímetro irrigado que proporcionem a maximização da receita líquida e a melhor utilização dos recursos disponíveis. O problema é determinar um padrão de cultivo ótimo das culturas de tal maneira que a receita líquida seja máxima quando se tem restrição de recursos. Esquemáticamente, o modelo de programação não linear para representar o problema anterior, pode ser equacionado com segue:

$$\text{Maximizar } RL = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (p_i y_i(w) x_{ij} - cp_i x_{ij} - c_a w_{ij} x_{ij}) \quad (1)$$

Tendo-se como restrições ou limitações:

$$\sum_{i=1}^n w_{ij} x_{ij} \leq w_{supj} \quad j = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} \leq A_{supi} \quad i = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0, w \geq 0$$

Em que:

RL = receita líquida decorrente do cultivo de n culturas i , em um planejamento de m meses, j (R\$).

p_i = preço médio de venda do produto da cultura i , (R\$ t⁻¹).

$y_i(w)$ = produtividade (t ha⁻¹) da cultura i em função da lâmina de água (w mm).

x_{ij} = área cultivada com a cultura i no mês j (ha).

cp_i = custo fixo de produção, independente do custo da água, por unidade de área, para a cultura i (R\$ ha⁻¹)

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

c_a = custo da água calculado em 0,007 R\$ m⁻³ ha⁻¹ (CEIVAP).

w_{ij} = volume de água aplicado à cultura i no mês j , de acordo com sua necessidade hídrica em cada mês considerado j (m³).

w_{supj} = disponibilidade máxima de água por área irrigada no mês j (m³ ha).

A_{supi} = área máxima que pode ser plantada pela cultura i (ha).

Note que a eq. (1) representa a função objetivo a ser maximizada e as eqs. (2) e (3) correspondem às limitações de volume de água e área, respectivamente.

O estudo foi realizado em uma área com cerca de 25 km² do Projeto de Irrigação e Drenagem (PROJIR) do Instituto do Açúcar e do Alcool (IAA/PLANALSUCAR), localizada no município de Campos dos Goytacazes, região norte do Estado do Rio de Janeiro, para as culturas do maracujá, cana-de-açúcar, abacaxi e mamão. A área está inserida no ambiente dos tabuleiros costeiros, onde predomina o relevo plano a suave ondulado. As classes de solo de maior expressão na área estudada são os Latossolos, Cambissolos e Neossolos flúvicos. As Tabelas 1 e 2 apresentam as fórmulas analíticas das funções quadráticas de produtividade de cada cultura, os custos de produção e os preços do produto (AGRIANUAL, 2004), respectivamente.

Tabela 1. Funções de resposta das culturas cana-de-açúcar, abacaxizeiro, maracujazeiro e mamoeiro à água. $y(w)$ = produtividade (t.ha⁻¹); w = lâmina de água (mm).

Cultura	Equação	r ²
Cana-de-açúcar	$y(w) = -500,84 + 0,837w - 0,00027w^2$	0,89
Abacaxizeiro	$y(w) = -506,687 + 0,905709w - 0,000370675w^2$	0,98
Maracujazeiro	$y(w) = 2,3931 + 0,049058w - 0,0000183w^2$	0,68
Mamoeiro	$y(w) = -88,13 + 0,098092w - 0,00001725w^2$	0,92

Tabela 2. Custos de produção e preço de venda dos produtos para as culturas cana-de-açúcar, abacaxizeiro, maracujazeiro e mamoeiro.

Cultura	Custo de produção (R\$ ha ⁻¹)	Preço do produto (R\$ t ⁻¹)
Cana-de-açúcar	8171,37	24,50
Abacaxi	8571,17	230,00
Mamão	10191,60	320,00
Maracujá	11784,20	330,00

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

A disponibilidade máxima de água no mês j (w_{supj}) foi calculada considerando a vazão possível de ser outorgada na seção do rio Muriaé localizada na área de estudo. Considerando o critério de outorga sugerido pela ANA (Agência Nacional de Águas) para rios de domínio da União e com base na caracterização hidrológica da bacia realizada previamente, foi encontrado um valor de vazão máxima outorgável de $15,83 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$. O valor de foi então estimado em $17.096.400 \text{ m}^3 \text{ mês}^{-1}$, considerando um bombeamento médio diário de 10 h. As necessidades hídricas de cada cultura i , em cada mês considerado j (w_{ij}), podem ser observadas em SILVA (2006).

A restrição de área máxima cultivada com cada cultura i (A_{supi}) foi estimada com base nas características de solo. Para a estimativa dos valores máximos foram consideradas as áreas das classes de solo semelhantes àquelas utilizadas para a obtenção das funções de produção de cada uma das culturas, obtendo-se os valores de 756,73 ha para a cultura do maracujá, 1.191,0 ha para a cana-de-açúcar, 158,5 ha para o abacaxi e 319,45 ha para a cultura do mamão.

O processo de otimização foi realizado considerando quatro cenários: uso de irrigação suplementar e disponibilidade de água de $17.096.400 \text{ m}^3 \text{ mês}^{-1}$ (cenário 1), uso de irrigação total e disponibilidade de água de $17.096.400 \text{ m}^3 \text{ mês}^{-1}$ (cenário 2), uso de irrigação suplementar e restrição do volume de água disponível para $1 \times 10^6 \text{ m}^3$ (cenário 3) e uso de irrigação total e redução do volume de água disponível para $1 \times 10^6 \text{ m}^3$ (cenário 4).

O desenvolvimento do modelo matemático teve como base as funções de produção das culturas consideradas, desenvolvidas utilizando a lâmina total do ciclo da cultura. A fim de se ajustar as lâminas totais à escala mensal utilizada pelo modelo matemático, calculou-se um fator que ajustou a lâmina dada pela função de produção com as necessidades mensais de água de cada cultura. Para efeito de análise, os meses de cultivo foram contabilizados continuamente, totalizando 27 meses, sendo o primeiro correspondente ao mês de julho.

Visando resolver o problema proposto e com base nos dados considerados foi implementada uma rotina computacional utilizando-se uma linguagem de programação do ambiente MATLAB 7.0, que permitiu a maximização da renda na produção agrícola, em que se procurou maximizar a função objetivo.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados numéricos encontrados utilizando as duas metodologias implantadas (PS e LA) são apresentados nas Tabelas 3 e 4, para os diferentes cenários considerados no estudo e com 27 meses de planejamento.

Tabela 3. Cenários definidos, áreas a ser plantada, lâmina de água a ser consumida pela cultura e a receita líquida maximizada (RL), para as culturas do maracujá (mar), cana-de-açúcar (cana), abacaxi (abac.) e mamão (Mam.); utilizando PS.

Cenário	Área (ha)				Lâmina (mm)				RL (R\$)
	Mar	Cana	Abac.	Mam.	Mar.	Cana	Abac.	Mam.	
1	756,73	-	158,5	319,45	1.340,4	-	1.509,5	2.882,4	2.654.800
2	756,73	-	158,5	319,45	1.340,4	-	1.509,5	2.882,4	2.654.800
3	99,49	-	158,5	319,45	1.340,4	-	1.509,5	2.882,4	2.554.300
4	251,25	-	158,5	319,45	1.340,4	-	1.509,5	2.882,4	2.554.300

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

Tabela 4. Cenários definidos, áreas a ser plantada, lâmina de água a ser consumida pela cultura e a receita líquida maximizada (RL), para as culturas do maracujá (mar), cana-de-açúcar (cana), abacaxi (abac.) e mamão (Mam.); utilizando LA.

Cenário	Área (ha)				Lâmina (mm)				RL (R\$)
	Mar	Cana	Abac.	Mam.	Mar.	Cana	Abac.	Mam.	
1	756,73	-	158,5	319,45	1.339,8	-	1.221,6	2.881,7	2.830.500
2	756,73	-	158,5	319,45	1.339,8	-	1.221,6	2.881,7	2.830.500
3	100,54	-	158,5	319,45	1.329,3	-	1.221,3	2.881,6	2.734.400
4	256,60	-	158,5	319,45	1.308,5	-	1.221,4	2.881,6	2.755.900

Os resultados apresentados na Tabela 3 mostram que não houve variação na receita líquida das culturas ao serem considerados os cenários para irrigações total e suplementar, provavelmente em virtude do baixo valor da água adotado pelo CEIVAP na bacia do rio Muriaé para atividades de irrigação. Porém, ao se comparar os cenários 2 e 3, é possível observar uma variação na área cultivada com maracujá, ou seja, quando se restringe a quantidade de água disponível, o modelo sugere diminuir a área cultivada com esta cultura e, conseqüentemente, se obtém uma contribuição menor na receita líquida devido à redução da área cultivada.

Observa-se também que o padrão de cultura que proporciona a maior receita líquida não sugere o cultivo da cana-de-açúcar em nenhum dos cenários adotados. Este fato ocorreu principalmente devido aos baixos valores de venda dessa cultura em relação às demais. O preço médio de venda da tonelada de colmos não ultrapassou os R\$ 35,00. Uma análise de sensibilidade realizada considerando o preço de venda da tonelada mostrou que para se atingir valores de receita líquida positiva para um período de análise de 24 meses, o preço mínimo de venda da tonelada de colmos desta cultura na região, considerando os índices econômicos adotados nesse estudo, deveriam ser de 56,00 R\$ t⁻¹.

Os resultados apresentados na Tabela 4 mostram que as diferenças obtidas entre os cenários 1 e 2 e os cenários 3 e 4 são pequenas, confirmando o argumento de que o valor da água para irrigação cobrada pelo CEIVAP é muito baixo, não interferindo na otimização da receita líquida, quanto ao tipo de planejamento da irrigação (total ou suplementar). Os resultados apresentados na Tabela 4 indicam ainda que a receita líquida é diferente ao se comparar os cenários 3 e 4, onde um aumento na área plantada com maracujá proporcionou um aumento na renda líquida devido ao aumento na área total cultivada. Além disso, percebe-se uma priorização dos cultivos do abacaxi e do mamão, em detrimento às culturas do maracujá e da cana-de-açúcar. Esses resultados apresentaram a mesma tendência daqueles encontrados utilizando o método de os, porém a receita líquida utilizando o método de LA foi maior em todos os cenários criados. Ressalta-se que para a técnica de linearização por partes, o número de seguimentos em que a função objetivo é linearizada influencia no resultado e quanto maior o número de seguimentos mais próximo da função original se trabalha.

4. CONCLUSÕES

1. Os modelos matemáticos construídos neste trabalho (PPM), com base nas funções de produção das culturas, maracujá, cana, abacaxi e mamoeiro em relação à lâmina de água, foram capazes de selecionar a melhor estratégia de cultivo, considerando os diferentes cenários adotados.

2. As culturas que apresentaram os melhores desempenhos para os diferentes cenários foram mamão e abacaxi.

3. O padrão de cultura que proporciona a maior receita líquida não sugere o cultivo da cana-de-açúcar em nenhum dos cenários considerados.

4. O método do Lagrangiano Aumentado (LA) se mostrou eficiente na resolução do problema e pode ser uma alternativa aos métodos tradicionais de maximização de receita líquida em cenários hidroagrícolas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE JÚNIOR, A.S.; FRIZZONE, J.A.; ALVES BASTOS, E.; CARDOSO, M.J.; NUNES RODRIGUES, B.H.; Estratégias ótimas de irrigação para a cultura da melancia. *Pesq. Agropec. Bras.* Brasília, v.36, n.2, p. 301-305, 2001.

BAIO, H.R.F.; ANTUNIASSI, U.R.; BALASTREIRE, L.A.; CAIXETA FILHO, J.V., Modelos de programação linear para seleção de pulverizadores agrícolas de barras. *Eng. Agríc.* Jaboticabal, v.24, n.2, p.355-363, 2004.

BERTSEKAS, D.P. *Nonlinear programming*. BELMONT: ED.ATHENA SCIENTIFIC, 780 p. 2004.

BORGES JÚNIOR, J.C.F.; FERREIRA, A.P.; ANDRADE, C.L.T.; DUNKHORST, B.H. Computational modeling for irrigated agriculture planning. Part I: General description and linear programming. *Eng. Agríc.* Jaboticabal, v.28, n.3, p.471-482, 2008.

CARVALHO, D.F.; SANCHEZ DELGADO, A.R.; OLIVEIRA, F.R.; SILVA, W.A.; FORTE, V.L. Maximização da produção e receita agrícola com limitações de água e nitrogênio utilizando método de pontos interiores. *Eng. Agríc.* Jaboticabal, v.29, n.2, p.321-327, 2009.

CEIVAP, Cobrança pelo uso da água na Bacia do Rio Paraíba do Sul. Disponível em < http://www.ceivap.org.br/ceivap_1.php >, 2003.

ENGLISH, M.J. Deficit irrigation I: Analytical framework, *Journal of the irrigation and drainage division of ASCE*, New York, v.116, n.3,p. 399-412, 1990.

FRIZZONE, J.A.; COELHO, R.D.; DOURADO-NETO, D.; SOLIANI, R. Linear programming model to optimize the water resource use in irrigation projects: An application to the Senator Nilo Coelho project. *Scientia Agrícola*, Piracicaba, v. 54, p. 136-148, 1997.

FRIZZONE J.A. & SOARES A.J. Planejamento de Irrigação. Análise de Decisão de Investimentos. Brasília: EIT. 2005. 627p.

FURTADO, S.C. Nitrogênio e fósforo na produção e nutrição mineral da alface americana cultivada em sucessão ao feijão após o pouso da área. Dissertação (Mestrado em Fitotecnia) Universidade Federal de Lavras, Lavras, 78 p., 2001.

JUSSIANE, L.F. Desempenho do método de lagrangiano aumentado com penalidade quadrática. (Dissertação Mestrado em Matemática), 108f. UFPR, Curitiba, 2004.

KARMAKAR, N. A new polynomial-time algorithm for linear programming. *Combinatorica*, Berlin, v.4, n.2, p.373-395, 1984.

OJIMA, O. R. L.A. & YAMAKAMI, A. Modelo de programação quadrática para análise da movimentação logística e comercialização da soja Brasileira. *Revista Engenharia Agrícola*, Jaboticabal, v. 26, n. 2, p. 552-560, 2006.

REICHARDT, K. & TIMM, L.C. Solo, Planta, Atmosfera: Conceitos, processos e aplicações. Barueri, SP: Manole, 2004.

PESQUISA OPERACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO

MARQUES SILVA, P.A.; PEREIRA, M.G.; REIS, R.; LIMA, L.A.; TAVEIRA, J.H. Função de resposta da alface americana aos níveis de água e adubação nitrogenada. *Ciência e Agrotecnologia*, Lavras, v. 32, n. 4, p. 1266-1271, 2008.

MONTEIRO, R.O.C.; COLARES, D.S.; COSTA, T.R.N.; LEÃO, M.C.S.; DE AGUIAR, J.V. Funções de resposta do meloeiro a diferentes lâminas de irrigação e doses de nitrogênio. *Horticultura Brasileira*, v.24, n.4, p. 455-459, 2006.

SANCHEZ DELGADO, A.R. & DOS SANTOS, F.R. Calibração de objetivos na otimização da água. *Revista Universidade Rural, Série Ciências Exatas e da Terra, Seropédica, RJ, EDUR*, v.23, n.1-2, p. 44-53, 2004.

SILVA MARQUES, P.A.; PEREIRA MAGELA, G.; REIS, R.; LIMA, L.A.; TAVEIRA, J.H. Função de resposta da alface americana aos níveis de água e adubação nitrogenada. *Ciência e Agrotecnologia*, Lavras, v.32, n.4, p. 1266-1271, 2008.

SILVA, W.A. Planejamento de áreas irrigadas em assentamentos rurais utilizando os sistemas de informação geográfica. 2003. 83f. Dissertação (Mestrado em Fitotecnia) UFRRJ, Seropédica, RJ, 2003.